

FERNANDO CORREA CAMACHO

**MONITORAMENTO DA VOLATILIDADE DE ATIVOS FINANCEIROS
ATRAVÉS DE GRÁFICOS DE CONTROLE**

Trabalho de formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo para
obtenção do diploma de Engenheiro de
Produção

São Paulo
2013

FERNANDO CORREA CAMACHO

**MONITORAMENTO DA VOLATILIDADE DE ATIVOS FINANCEIROS
ATRAVÉS DE GRÁFICOS DE CONTROLE**

Trabalho de formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo para
obtenção do diploma de Engenheiro de
Produção

Orientador: Professora Linda Lee Ho

São Paulo
2013

FICHA CATALOGRÁFICA

Camacho, Fernando Correa

Monitoramento da volatilidade de ativos financeiros através
de gráficos de controle / F.C. Camacho. -- São Paulo, 2013.
122 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.

1.Econometria 2.Controle da qualidade 3.Controle de proces-
sos I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departa-
mento de Engenharia de Produção II.t.

Aos poucos que me inspiram a realizar o melhor a cada dia

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a professora orientadora Linda Lee Ho, sem a qual a elaboração deste trabalho seria impossível. Sua orientação incluiu desde a ajuda em encontrar o problema até a escritura final deste presente trabalho, tirando dúvidas teóricas e práticas encontradas no desenvolvimento.

Agradeço aos meus pais Odenir e Edna e à minha irmã Lariana que sempre estiveram comigo em todos os momentos, principalmente naqueles mais difíceis onde a tomada de decisões impacta a vida inteira.

Agradeço os amigos que fiz na mesa de operações do banco, principalmente aos economistas que me auxiliaram na coleta de dados e com o programa estatístico EViews.

Agradeço também os amigos da Poli e outros espalhados pelo mundo que ajudaram a moldar a presente realidade.

**“Whether you think you can or can't, either way you're right”
(Henry Ford)**

RESUMO

Por problemas relativos à escassez de modelos matemáticos na área de riscos e na mesa de operações do banco Safra que auxiliem na tomada de decisões, o presente trabalho engloba diversas metodologias existentes na literatura a fim de mostrar passo a passo como escolher o melhor modelo econométrico para o monitoramento da volatilidade de um determinado ativo. Esta análise é importante porque evidencia o risco de um portfólio e com base nisso os gestores podem tomar decisões mais conscientemente.

Primeiramente a metodologia propõe a análise da série original e a sua transformação em uma série de retornos caso seja necessário. Depois, constrói-se um modelo para a média com o intuito de retirar as autocorrelações dos resíduos e manter a heterocedasticidade dos resíduos quadrados.

Com o modelo para a média definido de modo a respeitar as duas condições apontadas acima, analisa-se quais modelos para a volatilidade são possíveis para o conjunto de dados analisados. Estes modelos podem ser do tipo ARCH, GARCH e EGARCH (utilizados neste trabalho) ou outros existentes na literatura.

Para a série histórica de cotação dólar-euro, o modelo que se mostrou mais adequado foi o GARCH(p,q). O GARCH foi capaz de identificar um aumento de volatilidade utilizando menos amostras do que os modelos ARCH e EGARCH. Em relação ao teste do modelo GARCH em períodos passados, este também mostrou um desempenho satisfatório, identificando os principais aumentos de volatilidade.

Palavras-Chave: volatilidade, modelos autorregressivos, gráficos de controle, monitoramento.

ABSTRACT

Due to issues concerning the lack of mathematic models in the risk area and in the dealing desk of Safra Bank that support the decision making, the following (survey) encompasses several methodologies in the literature in order to present, step by step, how to choose the best econometric model to the monitoring of volatility of a certain asset. Such analysis is important because it makes the risk of a portfolio clear, and based on that, the managers may be able to make decisions more consciously.

Foremost, the methodology proposes the analysis of the original series and its transformation in a series of returns, if necessary. Second of all, a model for the average is built aiming to withdraw the residual autocorrelation and maintain heteroskedasticity of the squared residuals.

With the model for the average defined, regarding the two conditions pointed above, there is analysis upon which models for volatility are possible for the data analyzed. These models could be the ARCH, GARCH and EGARCH, and others existing in the literature.

For the historical series of dollar-euro quotes, the most appropriate model was GARCH(p,q). GARCH was able to identify increase of volatility using fewer samples than ARCH and EGARCH models. Regarding the test of GARCH model, it also showed a satisfactory performance, identifying the main increases of volatility.

Key Words: volatility, autorregressive models, control charts, surveillance.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2-1 - Assimetria; Fonte: Brandimarte (2011).....	29
Figura 2-2 - Curtose ; Fonte: Brandimarte (2011)	30
Figura 2-3 - Exemplos de gráficos de controle	32
Figura 3-1 - Exemplo de série estacionária	38
Figura 4-1 - Exemplo de f.a.c. e de f.a.c.p.	44
Figura 5-1 - Diagrama do modelo ARCH	60
Figura 5-2 - Diagrama do modelo GARCH	61
Figura 6-1 - Série histórica Dólar-Euro.....	63
Figura 6-2 - Características da série histórica Dólar-Euro	64
Figura 6-3 - A série de retornos	66
Figura 6-4 - Características da série de retornos	67
Figura 6-5 - Correlograma da série de retornos	69
Figura 6-6 - f.a.c. da série de retornos.....	70
Figura 6-7 - f.a.c.p. da série de retornos.....	70
Figura 6-8 - Correlograma dos resíduos para o modelo ARMA(9,9) ajustado	74
Figura 6-9 - f.a.c. dos resíduos para o modelo ARMA(9,9) ajustado	75
Figura 6-10 - f.a.c.p. dos resíduos para o modelo ARMA(9,9) ajustado	75
Figura 6-11 - Correlograma dos resíduos quadrados para o modelo ARMA(9,9) ajustado.....	76
Figura 6-12 - f.a.c. dos resíduos quadrados para o modelo ARMA(9,9) ajustado	77
Figura 6-13 - f.a.c.p. dos resíduos quadrados para o modelo ARMA(9,9) ajustado	77
Figura 6-14 - Correlograma dos resíduos para o modelo GARCH(1,1)	81
Figura 6-15 - Correlograma dos resíduos para o modelo GARCH(1,2)	84
Figura 6-16 - Correlograma dos resíduos quadrados para o modelo GARCH(1,2)	85
Figura 6-17 - distribuição empírica do run length para o modelo GARCH(1,2)	87
Figura 6-18 - distribuição empírica do run length para o modelo GARCH(3,1)	88
Figura 6-19 - distribuição empírica do run length para o modelo ARCH(9)	88
Figura 6-20 - distribuição empírica do run length para o modelo EGARCH(1,2).....	89
Figura 6-21 - Comparação dos modelos de volatilidade	91
Figura 6-22 - adequação do modelo GARCH(1,2) à série histórica	92
Figura 6-23 - adequação do modelo GARCH(3,1) à série histórica	93
Figura 6-24 - adequação do modelo ARCH(9) à série histórica	93
Figura 6-25 - adequação do modelo EGARCH(1,2) à série histórica	94

Figura 9-1 - Correlograma dos resíduos para o modelo GARCH(3,1).....	115
Figura 9-2 - Correlograma dos resíduos quadrados para o modelo GARCH(3,1)	116
Figura 9-3 - Correlograma dos resíduos para o modelo ARCH(9)	118
Figura 9-4 - Correlograma dos resíduos quadrados para o modelo ARCH(9)	119
Figura 9-5 - Correlograma dos resíduos para o modelo EGARCH(1,2)	121
Figura 9-6 - Correlograma dos resíduos quadrados para o modelo EGARCH(1,2).....	122

LISTA DE TABELAS

Tabela 5-1 - A metodologia utilizada no trabalho; adaptado de Dos Santos (2012).....	53
Tabela 6-1 - Teste ADF para a série histórica.....	65
Tabela 6-2 - Teste ADF para a série de retornos.....	68
Tabela 6-3 - Modelagem ARMA(9,9).....	71
Tabela 6-4 - Ajuste do modelo ARMA(9,9)	72
Tabela 6-5 - Modelagem GARCH(1,1).....	79
Tabela 6-6 - Modelagem GARCH(1,1) após ajuste	80
Tabela 6-7 - Modelagem GARCH(1,2).....	82
Tabela 6-8 - Modelagem GARCH(1,2) após ajustes	83
Tabela 6-9 - Limite de controle e ARL_1 dos modelos de volatilidade	87
Tabela 6-10 - Eficiência de cada modelo na detecção do aumento de volatilidade	90
Tabela 6-11 - Número de pontos acima do LC para cada um dos modelos.....	94
Tabela 9-1 - Modelagem GARCH(3,1) após ajustes	114
Tabela 9-2 - Modelagem ARCH(9) após ajustes	117
Tabela 9-3 - Modelagem EGARCH(1,2) após ajustes	120

LISTA DE ABREVIATURA E SIGLAS

VBA	Visual Basic for Applications
RB	Ruído Branco
DF	Dickey Fuller
ADF	Augmented Dickey Fuller
AR	Modelo Autorregressivo
MA	Modelo de Médias Móveis
ARMA	Modelo Autorregressivo e de Médias Móveis
ARIMA	Modelo Autorregressivo Integrado de Médias Móveis
ARCH	Modelo Autorregressivo com Heteroscedasticidade Condicional
GARCH	Modelo Generalizado Autorregressivo com Heteroscedasticidade Condicional
CEP	Controle Estatístico de Processo
LC	Linha Central
LSC	Limite Superior de Controle
LIC	Limite Inferior de Controle
ARL	<i>Average Run Length</i>
CMC	Comprimento Médio de Corrida

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	23
1.1.	A empresa.....	24
1.2.	Definição do problema e relevância do tema	25
1.3.	Objetivo do trabalho	26
1.4.	Softwares utilizados	26
1.5.	Estrutura do trabalho	27
2.	CONCEITOS DE ESTATÍSTICA.....	29
2.1.	Assimetria (Skewness) e Curtose (Kurtosis).....	29
2.2.	Controle estatístico da qualidade.....	30
2.3.	Gráficos de controle	31
2.3.1.	Tipos de gráficos de controle	33
3.	SÉRIES TEMPORAIS	38
3.1.	Estacionariedade.....	38
3.2.	Série de retornos.....	40
3.3.	Seqüência aleatória e ruído branco.....	40
3.4.	Função de autocovariância (f.a.c.v) e de autocorrelação (f.ac.)	40
3.5.	Teste ADF	41
4.	MODELOS PARAMÉTRICOS.....	43
4.1.	Processos autorregressivos (AR).....	43
4.2.	Processos de médias móveis (MA)	44
4.3.	Processos autorregressivos e de médias móveis (ARMA)	45
4.4.	Modelos lineares e não lineares.....	47
4.5.	Teste de Box-Pierce-Ljung.....	48
4.6.	Modelo ARCH	49
4.7.	Modelo GARCH	49
4.8.	Modelo EGARCH	50
4.9.	Função de máxima verossimilhança.....	51
5.	METODOLOGIA	52
5.1.	Coleta de dados	53
5.2.	Visualização da série.....	53
5.3.	Série de retornos.....	54
5.4.	Diagnóstico da série de retornos	54

5.5.	Análise da normalidade	55
5.6.	Estimação de um modelo ARMA para a média	55
5.7.	Diagnóstico do modelo ARMA(p,q)	56
5.8.	Estimação de modelos para a volatilidade.....	56
5.9.	Diagnóstico dos modelos de volatilidade	57
5.10.	Construção de gráficos de controle	57
5.11.	Comparação dos modelos propostos para a volatilidade	58
5.12.	Utilização dos limites de controle na série histórica	58
6.	MODELO PARA USD/EUR	63
6.1.	Série original	63
6.2.	Teste ADF	64
6.3.	Série de retornos	65
6.4.	Teste ADF	68
6.5.	Análise da f.a.c. e da f.a.c.p.....	69
6.6.	Modelo para as cotações.....	71
6.7.	Diagnóstico do modelo.....	73
6.8.	Análise da heterocedasticidade dos resíduos quadrados	76
6.9.	Modelos para a volatilidade.....	78
6.10.	Construção de gráficos de controle para a volatilidade	86
6.11.	Comparação dos modelos de volatilidade	90
6.12.	Adequação dos modelos à série histórica	91
7.	CONCLUSÃO.....	96
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	99
	ANEXO A	101
	Algoritmo para o modelo GARCH(1,2).....	101
	Algoritmo para o modelo GARCH(3,1).....	103
	Algoritmo para o modelo ARCH(9).....	106
	Algoritmo para o modelo EGARCH(1,2).....	110
	ANEXO B	114

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho de formatura abrange duas áreas distintas: mercado financeiro e estatística; que podem ser interligadas de modo a trazer resultados benéficos às empresas. Estudar mercado financeiro utilizando ferramentas estatísticas é essencial para as empresas do ramo financeiro.

Através de análises estatísticas, as empresas percebem qual a sua situação atual em relação aos seus lucros, despesas, produção, entre outros. Isto auxilia no entendimento das áreas onde a empresa é mais forte ou mais fraca.

Mais precisamente em uma mesa de operações ou na área de risco de um banco, a estatística ajuda a entender o comportamento histórico de diversos produtos tais como: títulos públicos, debêntures, ações, opções, entre outros. Entender o caminho percorrido por cada produto através da sua série histórica é primordial para que os gestores tomem decisões.

A estatística não permite somente concluir algo sobre o passado de determinada série histórica, permite também a construção de modelos de previsão e de modelos de controle para determinada variável. Para a área de riscos, o controle de risco é essencial para que um portfólio respeite as expectativas do gestor, ou seja, um determinado portfólio deve ter sua volatilidade controlada de modo a controlar ganhos e perdas em determinado ativo.

O conceito de volatilidade será amplamente explorado neste trabalho, podendo ser definido, de acordo com Veiga, Fernandes e Baidya (1993), como "“a variação, ao longo do tempo, da variância condicional de uma série temporal.”"

Na mesa de operações, a volatilidade de um portfólio faz com que os gestores tomem decisões de compra ou venda de ativos. Modelos de previsão utilizando estatística também são úteis nas tomadas de decisão, pois indicam que há uma grande probabilidade de que algo ocorra. Portanto, a estatística no mercado financeiro é amplamente utilizada, seja para análise histórica, controle ou previsão.

A introdução deste trabalho (seção 1.1) será feita de modo a dar uma idéia ao leitor sobre o local onde é desenvolvido o trabalho, quais os objetivos deste, como será estruturado este trabalho de formatura, entre outros.

1.1. A empresa

O trabalho de formatura está sendo feito onde o aluno realiza seu estágio. A empresa é o Banco Safra que se subdivide nas frentes comercial e de investimentos. O Banco Safra é um dos dez maiores bancos do Brasil e atualmente um dos 5 maiores do mundo em que o capital é totalmente fechado, ou seja, sem ações negociadas na Bolsa de Valores.

O banco possui ativos da ordem de R\$100 bilhões e ano passado teve um lucro líquido da ordem de R\$1,4 bilhões. O grupo Safra também possui bancos em outros países como: Estados Unidos (Nova York), Suíça (Genebra), Luxemburgo, entre outros. O dono do banco, Joseph Safra, possui uma riqueza estimada em 15 bilhões de dólares pela revista norte-americana Forbes, colocando-o em segundo lugar como a pessoa mais rica do Brasil.

A partir dos dados acima, percebe-se que o banco apresenta uma saúde financeira respeitável, ainda mais se for considerado o fato de que o capital é totalmente fechado.

Sobre o setor específico em que o aluno trabalha e desenvolve este projeto, este fica dentro da subdivisão de investimentos do banco. O nome do setor é Asset Management e tem como propósito a gestão de dinheiro de terceiros através de diversos fundos de investimentos. Sua gestão é feita de modo separado da gestão do dinheiro do banco, pois leis impedem que a gestão seja feita pelos mesmos executivos de modo a evitar conflitos de interesses.

A área da Asset Management em que o aluno trabalha é a mesa de operações, que tem como função a negociação de ativos de renda fixa e variável. O controle do risco de cada um dos ativos para os fundos é feito pela área de risco.

Tradicionalmente, o banco tem uma postura mais conservadora nos investimentos, preferindo investimentos de menor risco. Outros bancos, no entanto, têm uma postura mais agressiva, como o BTG Pactual. Isto depende de cada banco e dos acionistas.

No Safra, a postura do banco também influencia a Asset Management que tende a ter uma postura mais conservadora através de investimentos maiores na parte de renda fixa, que envolve títulos públicos, debêntures e moedas.

A Safra Asset Management também investe mais no médio-longo prazo, utilizando análise fundamentalista e atentando-se menos a análises gráficas para a tomada de decisões no curto prazo. Assim, a especulação é menos utilizada na área e o conceito de um horizonte mais longo de investimento prevalece na cabeça dos gestores.

1.2. Definição do problema e relevância do tema

Exatamente pelo fato apontado na seção 1.1. em que as decisões são tomadas mais a longo prazo, a análise gráfica é pouco utilizada. Por este motivo foi escolhido um trabalho no sentido de desenvolver modelos que ajudem no controle da volatilidade de ativos e que auxiliem em previsões e por conseguinte na tomada de decisões.

Outro problema é que a área de riscos contribui pouco no auxílio de decisões com a mesa de operações. Neste sentido, modelos matemáticos de controle de riscos ajudarão também a área de riscos, que hoje somente avaliam se um fundo está fora das normas estabelecidas pela ANBIMA e CVM.

Outra proposta é uma futura integração da área de riscos com a mesa de operações, de modo que as tomadas de decisões sejam feitas de modo mais eficiente. As análises de mais curto prazo serão então feitas pela área de risco através de modelos estatísticos, como por exemplo os que serão propostos neste trabalho.

A falta de modelos para o controle de volatilidade pode levar a enormes perdas para a área. É importante saber, por exemplo, se um certo ativo teve sua volatilidade aumentada ou diminuída nos últimos dias, de modo que o gestor possa avaliar se vale a pena comprar ou vender determinado ativo.

Se, por exemplo, a cotação de uma ação estiver em certo patamar e de repente, por uma decisão política inesperada que será tomada na empresa, o valor das ações possa subir ou cair de modo rápido, a volatilidade aumentará para esta ação e os gestores têm que tomar uma

decisão. O controle da volatilidade é crítico para a tomada de decisões, pois manter esta ação no portfólio aumentará a volatilidade do fundo. Se a volatilidade ultrapassar um limite crítico que pode estar definido no estatuto do fundo, o gestor provavelmente terá que vender as ações para que não aumente a volatilidade do fundo, evitando assim uma provável multa por parte dos órgãos reguladores e uma possível perda de credibilidade dos gestores porque estes não respeitaram o estatuto dos fundos. Este problema relata somente alguns problemas com a volatilidade, pois caso a cotação das ações caiam, os fundos perderão dinheiro.

1.3. Objetivo do trabalho

O objetivo do trabalho é o de agregar diversos conhecimentos estatísticos, tanto os estudados durante a graduação e aqueles que vão além desta, a fim de criar um procedimento que vise o monitoramento da volatilidade em séries temporais financeiras, além da possível previsão do mesmo e auxílio na tomada de decisões por parte dos gestores no mercado financeiro.

O procedimento auxiliará na escolha do melhor modelo representativo para a volatilidade da série em questão através do uso de dados históricos. É importante dizer, no entanto, que os modelos não podem ser considerados fixos, estes devem ser monitorados e refeitos constantemente, pois a cada dia existirão novos dados que implicarão em uma nova série temporal.

1.4. Softwares utilizados

A utilização de softwares já amplamente testados pelo mercado e que alcancem resultados satisfatórios é de fundamental importância para o resultado final. Um software não conhecido e de confiabilidade duvidosa pode corromper todas as análises subsequentes e alterar o resultado final. Para uma empresa que utiliza o resultado final na tomada de decisões, um resultado errado pode ser desastroso. Assim, foram utilizados os seguintes softwares: Excel 2010, VBA, EViews 5.0 e Bloomberg.

A Bloomberg é o maior provedor de notícias do mercado financeiro. Está presente em quase 100% de todos os bancos, corretoras e seguradoras do mundo. Neste software é possível encontrar com detalhes quase todas as informações pertinentes ao mercado financeiro: economia dos países (PIB, dívida pública, entre outros); histórico de papéis (ações, opções, títulos); desempenho de índices (série histórica, peso dos setores na participação da constituição do índice); desempenho de empresas; e muitas outras utilidades. Para os propósitos deste trabalho, a Bloomberg será utilizada para extrair a série temporal histórica da cotação dólar/euro.

O EViews é um dos softwares estatísticos mais utilizados por ter uma interface amigável ao usuário e ter eficácia no resultado final. Praticamente o usuário tem que definir o tamanho da série a ser analisada e colocar os dados no programa. Após isto, as análises desejadas são selecionadas e o programa executa. Não é preciso qualquer tipo de programação, o programa já dá as respostas em poucos cliques.

O EViews será utilizado para a modelagem da média e da volatilidade da série temporal, assim como para a realização de diversos testes de hipóteses com o intuito de verificar se a escolha do modelo em questão realmente possa ser feito.

O Excel 2010 será utilizado conjuntamente com o VBA para a elaboração de um programa de simulação que visa a obtenção dos limites de controle para os modelos de volatilidade encontrados com o EViews.

1.5. Estrutura do trabalho

Os capítulos 2, 3 e 4 apresentam as referências bibliográficas deste trabalho. No capítulo 2 é explicada a estatística dada no curso de graduação. Os capítulos 3 e 4 apresentam uma estatística mais avançada que não é coberta pelo curso de graduação. O capítulo 3 aborda séries temporais e suas principais características, enquanto o capítulo 4 apresenta os modelos paramétricos para a média e para a volatilidade.

O capítulo 5 apresenta a metodologia seguida para a elaboração deste trabalho. O capítulo 6 apresenta um caso prático onde a metodologia é aplicada. Já o capítulo 7 apresenta a conclusão.

2. CONCEITOS DE ESTATÍSTICA

Neste capítulo serão introduzidos os conceitos que o leitor deve se familiarizar para compreender as análises feitas, servindo como guia para eventuais dúvidas que possam surgir ao longo do desenvolvimento do trabalho.

2.1. Assimetria (Skewness) e Curtose (Kurtosis)

A assimetria e a curtose servem para indicar o quanto uma distribuição pode diferir de uma distribuição normal.

A assimetria mede se a variável aleatória tem mais probabilidade de estar à esquerda (assimetria negativa) ou à direita (assimetria positiva). Na Figura 2-1 temos um exemplo que mostra a distribuição normal e duas curvas assimétricas.

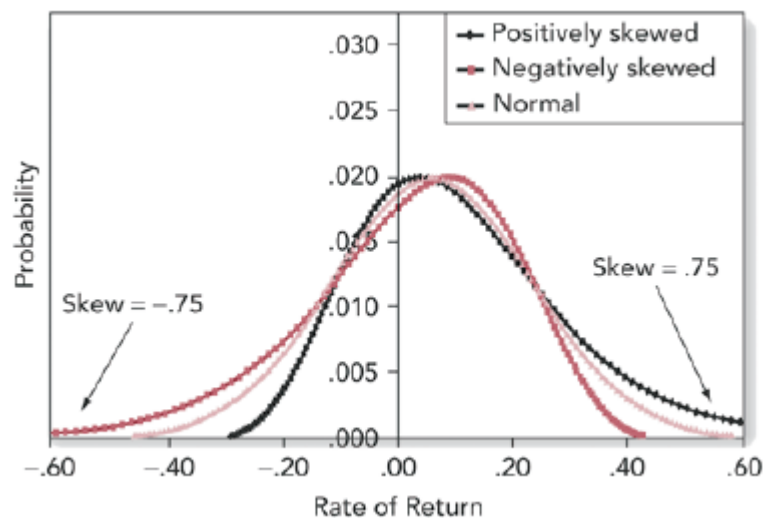


Figura 2-1 - Assimetria; Fonte: Brandimarte (2011)

Já a curtose (kurtosis) indica se a distribuição apresenta caudas pesadas ou não. O termo caudas pesadas (fat-tail) indica que tem uma probabilidade maior de a variável aleatória ter valores distantes da média quando comparada com uma distribuição normal. (ver Figura 2-2)

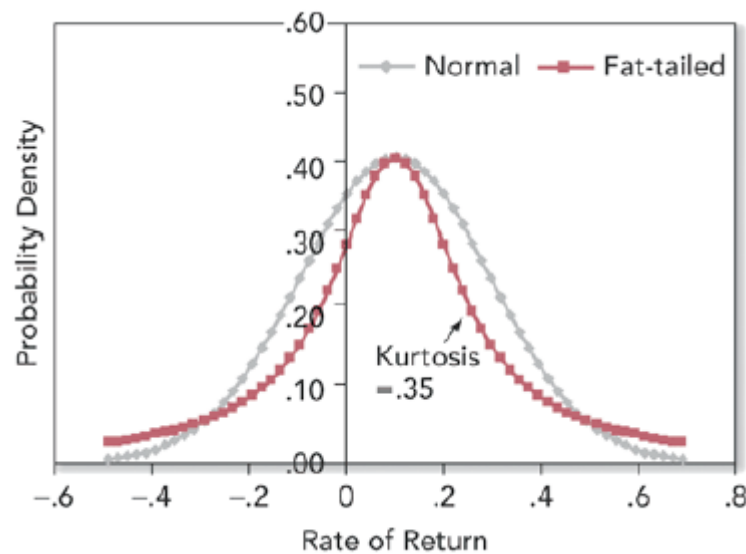


Figura 2-2 - Curtose ; Fonte: Brandimarte (2011)

Segundo Morettin (2011), a assimetria $A(X)$ e a curtose $K(X)$ são definidas do seguinte modo:

$$A(X) = E\left(\frac{(X - \mu)^3}{\sigma^3}\right) \quad \text{e} \quad K(X) = E\left(\frac{(X - \mu)^4}{\sigma^4}\right)$$

Para uma distribuição normal, a assimetria é zero ($A=0$) e a curtose é três ($K=3$). O excesso de curtose é definido como $K(X)-3$, de tal forma que se uma distribuição apresenta curtose maior do que 3, ela possui caudas pesadas.

2.2. Controle estatístico da qualidade

Em uma sociedade em que a competição está cada vez mais acirrada e os consumidores exigem cada vez mais dos produtos, o controle da qualidade se torna indispensável para o desenvolvimento de uma empresa.

Segundo Montgomery (2003), qualidade significa adequação ao uso. Qualidade de conformidade significa redução sistemática de variabilidade e a eliminação de defeitos até que

cada unidade produzida seja idêntica e livre de defeito. Seguindo o mesmo raciocínio, melhoria da qualidade significa a eliminação de resíduos.

Assim, para auxiliar as empresas com o controle da qualidade, algumas ferramentas são utilizadas: 1) histograma; 2) gráfico de Pareto; 3) diagrama de causa e efeito; 4) diagrama de defeito-concentração; 5) Gráfico de controle; 6) Diagrama de dispersão; 7) folha de verificação.

Para este trabalho, as duas ferramentas de controle a serem utilizadas são o histograma e o gráfico de controle, sendo este último o método a ferramenta mais poderosa das sete.

2.3. Gráficos de controle

Os gráficos de controle são utilizados para detectar se um processo está ou não sobre controle. Se o processo está sobre controle, existem somente causas casuais atuando no processo, uma parte inerente deste que representa a sua variabilidade natural. Entretanto, quando o processo está fora de controle, existem as chamadas causas atribuídas, geralmente resultantes de três fontes de erros: máquinas não propriamente ajustadas, erros dos operadores ou matérias-primas defeituosas.

Segundo Montgomery (2012), existem cinco razões principais pelas quais o uso de gráficos de controle se tornou popular:

- 1) Gráficos de controle são uma técnica comprovada para melhoria da produtividade;
- 2) Gráficos de controle são efetivos na prevenção de defeitos;
- 3) Gráficos de controle previnem ajustes desnecessários no processo;
- 4) Gráficos de controle fornecem informação sobre diagnóstico;
- 5) Gráficos de controle fornecem informações sobre a capacidade do processo.

Sabe-se que as amostras devem ser aleatórias e devem se distribuir com base em uma média. Tendo isto em mente, os gráficos de controle utilizam a média e dois limites de controle (superior e inferior) para controlar o processo:

$$LSC = \mu_w + K\sigma_w$$

$$LC = \mu_w$$

$$LIC = \mu_w - K\sigma_w$$

onde K é a distância dos limites em relação à linha central. Normalmente escolhe-se $K=3$, fazendo com que a probabilidade da amostra cair dentro dos limites de controle seja de 99.7% para uma distribuição normal.

Segundo Montgomery (2012), para uma distância $K=3$, espera-se que uma amostra a cada 370 caia fora dos limites de controle. Este número é denominado ARL (Average Run Length) ou CMC em português (comprimento médio de corrida).

$$ARL = \frac{1}{p}, \text{ sendo } p \text{ a probabilidade de cair fora dos limites de controle.}$$

Para o desenvolvimento deste trabalho, um ARL de 370 é um valor muito grande. Será utilizado um $ARL = 100$ por motivos que serão explicados adiante. Na verdade, para os objetivos deste trabalho, o ARL explicado será de agora em diante descrito como ARL_0 . É necessária esta notação pois cada ARL_0 denota o que acontece em cada simulação e o ARL_1 será a média destes ARL_0 encontrados nas simulações.

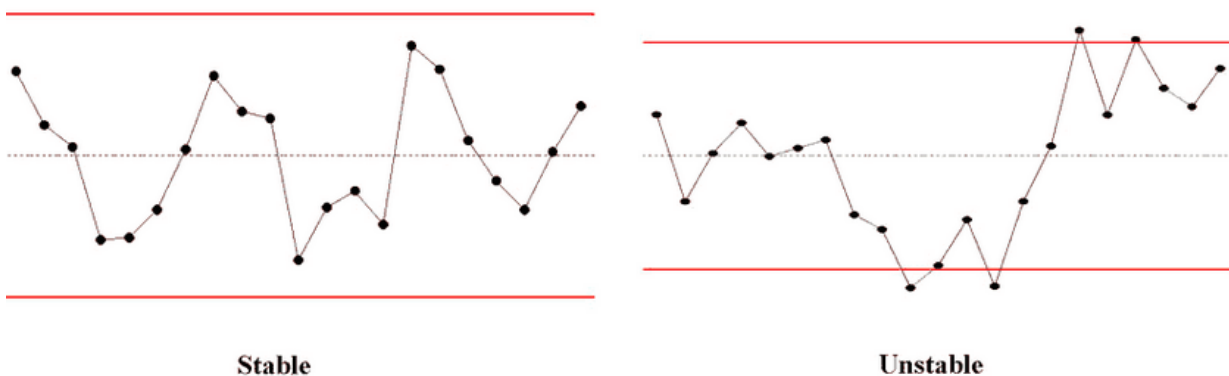


Figura 2-3 - Exemplos de gráficos de controle

A Figura 2-3 mostra dois gráficos de controle. O da esquerda é considerado estável porque todos os pontos estão dentro da zona definida pelos limites de controle e parecem estar

distribuídos aleatoriamente. Já no segundo caso, 4 pontos estão fora dos limites e o processo deve ser considerado fora de controle.

Sabendo que o processo está fora de controle, os responsáveis pelo controle da qualidade devem buscar informações sobre o que pode ter causado o problema. Alguns exemplos incluem: máquinas descalibradas, ferramentas velhas, operador novo, entre outros.

Além dos pontos caírem fora da zona estabelecida pelos limites de controle, segundo a Western Electric Handbook (1956) o processo pode ser considerado fora de controle caso aconteça uma das seguintes situações:

- 1) Um ponto cair fora dos limites de controle de 3 sigmas;
- 2) Dois de três pontos consecutivos caírem além do limite de 2 sigmas;
- 3) Quatro de cinco pontos consecutivos caírem a uma distância de 1 sigma ou além da linha central;
- 4) Oito pontos consecutivos caírem em um lado da linha central.

2.3.1. Tipos de gráficos de controle

Segundo Montgomery (2012), existem dois tipos de gráficos de controle: gráficos de controle para variáveis e gráficos de controle para atributos.

Gráficos de controle para variáveis são utilizados quando existe a necessidade de controlar a tendência central e a variabilidade de determinada variável. Já nos casos em que a necessidade é a de informar se a unidade do produto está conforme ou não conforme com uma determinada especificação, utiliza-se os gráficos para atributos.

Gráficos de controle para variáveis

Dentre os possíveis gráficos para variáveis, três são amplamente utilizados: controle para médias ($\bar{X}$), para a amplitude (R) e para o desvio-padrão (S).

Se a média e o desvio-padrão do processo são conhecidos, Montgomery (2012) afirma que o gráfico de controle para a média pode ser obtido através dos seguintes limites:

$$\begin{aligned} \text{LS} &= \mu + 3\sigma/\sqrt{n} \\ \text{LC} &= \mu \\ \text{LI} &= \mu - 3\sigma/\sqrt{n} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Quando não são conhecidos, deve-se estimá-los com base em amostras preliminares. O número de amostras (m) freqüentemente utilizado é de 20 a 25, sendo que cada uma destas amostras possui um tamanho (n) de 5 a 6 sub-amostras. Assim, para a amostra i (i=1,...,m) encontra-se uma média $\bar{X}_i$ das sub-amostras. A média global pode ser estimada do seguinte modo:

$$\bar{\mu} = \bar{\bar{X}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{X}_i$$

e a amplitude média dada por:

$$\bar{R} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m R_i$$

Ainda segundo Montgomery (2012), o desvio-padrão σ pode ser estimado por:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}, \text{ sendo } d_2 \text{ uma constante tabelada para vários tamanhos de amostras.}$$

Assim, a eq. 2.1 pode ser reescrita como:

$$\text{LSC} = \bar{\bar{X}} + \frac{3}{d_2\sqrt{n}} \bar{R} = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R}$$

$$\text{LC} = \bar{\bar{X}}$$

$$LIC = \bar{\bar{X}} - \frac{3}{d_2\sqrt{n}} \bar{R} = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R}$$

sendo que a constante A_2 é tabelada para diversos tamanhos de amostras.

Para o gráfico R, Montgomery (2012) afirma que o desvio-padrão da amplitude pode ser escrito como:

$$\hat{\sigma}_R = d_3\hat{\sigma} = d_3\frac{\bar{R}}{d_2}$$

e os limites de controle ficariam:

$$LSC = \bar{R} + \frac{3d_3}{d_2} \bar{R} = \left(1 + \frac{3d_3}{d_2}\right) \bar{R} = D_4\bar{R}$$

$$LC = \bar{R}$$

$$LIC = \bar{R} - \frac{3d_3}{d_2} \bar{R} = \left(1 - \frac{3d_3}{d_2}\right) \bar{R} = D_3\bar{R}$$

com D_3 e D_4 constantes tabeladas para vários tamanhos de amostra.

Ainda segundo Montgomery (2012), S é um estimador tendencioso de σ . O valor esperado de S é $c_4\sigma$ e o desvio-padrão de S igual a $\sigma\sqrt{1 - c_4^2}$. Assim, o gráfico de controle é dado por:

$$LSC = c_4\sigma + 3 \sigma\sqrt{1 - c_4^2}$$

$$LC = c_4\sigma$$

$$LIC = c_4\sigma - 3 \sigma\sqrt{1 - c_4^2}$$

e sendo $\hat{\sigma} = \bar{S}/c_4$, os limites ficam:

$$LSC = \bar{S} + 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$$

$$LC = \bar{S}$$

$$LIC = \bar{S} - 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$$

Gráficos de controle para atributos

Dois gráficos são utilizados para caracterizar um produto como defeituoso ou não defeituoso: gráfico P e gráfico U.

No gráfico P (controle para proporções), a fração defeituosa é indicada por $P=D/n$, com D o número de unidades defeituosas e n o tamanho da amostra. A variância é dada por:

$$\sigma_p^2 = \frac{p(1-p)}{n}$$

Assim, segundo Montgomery, o gráfico de controle P é dado por:

$$LSC = \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$$LC = \bar{p}$$

$$LIC = \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}},$$

sendo $\bar{p}$ a fração defeituosa média dada por:

$$\bar{p} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m P_i$$

Em relação ao gráfico U, este é utilizado para monitorar o número de defeitos em uma unidade de produto: $U=C/n$, onde C é o número de defeitos da amostra e n o tamanho da amostra. De acordo com Montgomery (2012), os limites de controle deste gráfico são dados por:

$$LSC = \bar{U} + 3 \sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

$$LC = \bar{U}$$

$$\text{LIC} = \bar{U} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

com $\bar{U}$ o número médio de defeitos por unidade dado por:

$$\bar{U} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m U_i$$

3. SÉRIES TEMPORAIS

Neste capítulo serão introduzidos os conceitos sobre séries temporais.

Segundo Migon (2007), uma série temporal pode ser definida como um conjunto de observações ordenadas no tempo, espaço, profundidade, entre outros. Normalmente observações vizinhas são dependentes umas das outras: uma observação no instante de tempo t , por exemplo, é altamente dependente da observação no tempo $t-1$.

Séries temporais são utilizadas para a análise de dados e tomadas de decisões em vários campos:

- Economia: preços de ações, opções, cotação de moedas; taxa de desemprego; inflação;
- Medicina: Número de casos de um determinada doença;
- Meteorologia: temperatura; força do vento; chuvas.

3.1. Estacionariedade

De um modo informal, pode-se dizer que um processo é considerado estacionário se ele oscila ao redor de uma média constante com uma variância também constante. Na Figura 3-1 temos um exemplo de uma série estacionária:

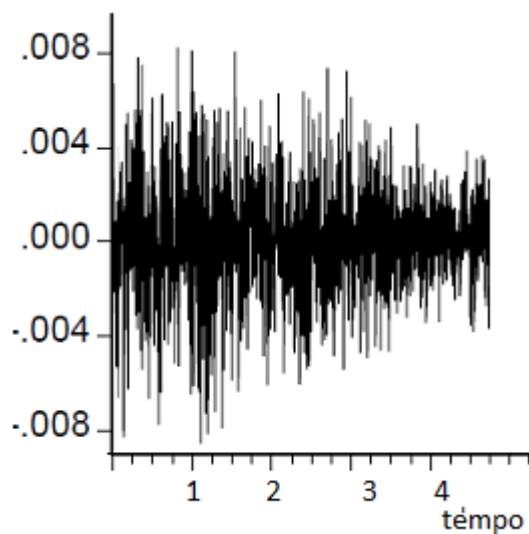


Figura 3-1 - Exemplo de série estacionária

Formalmente, Morettin (2011) define estacionariedade através das seguintes definições:

Definição 1) Seja τ um conjunto arbitrário. Um processo estocástico é uma família $\{X(t), t \in T\}$, tal que, para cada $t \in T$, $X(t)$ é uma variável aleatória.

Definição 2) Um processo estocástico $\{X(t), t \in T\}$ diz-se estritamente estacionário se todas as distribuições finito dimensionais permanecem as mesmas sob translações do tempo, ou seja:

$F(x_1, \dots, x_n; t_1 + \tau, \dots, t_n + \tau) = F(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n)$, para quaisquer $t_1, \dots, t_n, \tau$ de T .

Isto significa que todas as distribuições unidimensionais são invariantes sob translações do tempo, logo a média e a variância são constantes:

$$E\{X(t)\} = \mu(t) = \mu, \text{ para todo } t \in T,$$

$$\text{Var}\{X(t)\} = \sigma^2(t) = \sigma^2, \text{ para todo } t \in T.$$

Nas palavras de Enders (1995), uma série temporal é considerada estacionária se a média e as autocovariâncias não são afetadas por uma translação no tempo.

Definição 3) Um processo estocástico $\{X(t), t \in T\}$ diz-se fracamente estacionário (ou estacionário de segunda ordem) se e somente se:

a) $E\{X(t)\} = \mu(t) = \mu$, constante para todo $t \in T$.

b) $E\{X^2(t)\} < \infty$, para todo $t \in T$;

c) $\gamma(t_1, t_2) = \text{Cov}\{X(t_1), X(t_2)\}$ é uma função apenas de $|t_1 - t_2|$. (γ é a função de autocovariância - ver seção 3.4 para detalhes).

Definição 4) Um processo estocástico real $\{X(t), t \in T\}$ diz-se gaussiano se, para qualquer conjunto $t_1, \dots, t_n$ de T , as variáveis aleatórias $X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_n)$ têm uma distribuição normal n-variada.

3.2. Série de retornos

No mercado financeiro, as séries originais de preços dificilmente são estacionárias. Surge, então, a necessidade de transformar a série original em uma série de retornos que seja estacionária. Sendo P_t os dados da série original (neste trabalho é o preço) no tempo t , é possível propor alguns retornos, tais como:

$$a) R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

$$b) R_t = \log \frac{P_t}{P_{t-1}}$$

Para averiguar se a série de retornos obtida é estacionária ou não, deve-se construir o gráfico da série e também aplicar o teste Dickey-Fuller (ver seção 3.5).

Neste trabalho será utilizada a série de retornos indicada no item b.

3.3. Seqüência aleatória e ruído branco

Segundo Morettin (2011), $\{\varepsilon_t, t \in Z\}$ é um ruído branco com tempo discreto se as variáveis aleatórias ε_t são não correlacionadas, isto é, $\text{Cov} \{\varepsilon_t, \varepsilon_s\} = 0, t \neq s$.

Sendo $E\{\varepsilon_t\} = \mu$ e $\text{Var}\{\varepsilon_t\} = \sigma^2$, então a função de autocovariância é dada por:

$$\gamma = \text{Cov}\{X_n, X_{n+\tau}\} = \begin{cases} \sigma^2 & \text{se } \tau = 0. \\ 0, & \text{se } \tau \neq 0. \end{cases}$$

3.4. Função de autocovariância (f.a.c.v) e de autocorrelação (f.ac.)

Para um processo estacionário, temos que a função de autocovariância (f.a.c.v.) é dada por $\gamma_\tau = E\{X_t X_{t+\tau}\}$. Segundo Morettin, a f.a.c.v. satisfaz as seguintes propriedades:

$$a) \gamma_0 > 0,$$

$$b) \gamma_{-\tau} = \gamma_\tau,$$

c) $|\gamma_\tau| \leq \gamma_0$,

d) $\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n a_j a_k \gamma_{\tau j - \tau k} \geq 0$, sendo $a_1, \dots, a_n$ reais e $\tau_1, \dots, \tau_n$ números inteiros.

Normalmente a f.a.c.v. é estimada do seguinte modo para o instante j :

$$c_j = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T-j} [(X_t - \bar{X})(X_{t+j} - \bar{X})], \text{ com } j=0, 1, \dots, T-1.$$

Já a função de autocorrelação (f.a.c.) é dada por:

$$\rho_\tau = \frac{\gamma_\tau}{\gamma_0}, \text{ com } \tau \in \mathbb{Z}.$$

A f.a.c. tem as mesmas propriedades da função de autocovariância apontadas acima e também pode ser aproximada através da seguinte relação:

$$r_j = \frac{c_j}{c_0}, \text{ com } j=0, 1, \dots, T-1.$$

3.5. Teste ADF

O teste Augmented Dickey-Fuller (ADF) é utilizado para ver se o modelo escolhido (AR, MA, ARMA) apresenta raízes sobre o círculo unitário. Caso presente, a série deve ser refeita transformando-a numa nova série de retornos. Resumindo, o teste ADF testa o seguinte teste de hipótese: H_0 : a série não é estacionária.

Considere o seguinte modelo como exemplo:

$$X_t = \phi X_{t-1} + \varepsilon_t, \text{ com } \varepsilon_t \text{ um ruído branco } N(0, \sigma^2). \text{ Podemos escrever também como:}$$

$$X_t - X_{t-1} = \phi X_{t-1} - X_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta X_t = \phi^* X_{t-1} + \varepsilon_t, \text{ sendo } \phi^* = \phi - 1.$$

Com a transformação feita, deve-se realizar o seguinte teste de hipóteses para ver se o modelo apresenta raízes unitárias:

$$H_0^* : \phi^* = 0,$$

$$H_1^* : \phi^* < 0.$$

Morettin (2011) indica o uso da seguinte estatística para o teste:

$$\hat{\tau} = \frac{\hat{\phi}_{MQ}^*}{\widehat{e.p.}(\hat{\phi}_{MQ}^*)}, \quad (3.1)$$

sendo $\hat{\phi}_{MQ}^*$ obtido através da regressão de mínimos quadrados de ΔX_t sobre X_{t-1} . O denominador é dado pela seguinte expressão:

$$\widehat{e.p.}(\hat{\phi}_{MQ}^*) = \frac{S}{(\sum_{t=1}^T X_{t-1}^2)^{1/2}}, \quad (3.2)$$

com T sendo o número de observações do processo e S^2 (é o estimador de σ^2 na regressão) dado por:

$$S^2 = \frac{1}{T-2} \sum_{t=2}^T (\Delta X_t - \hat{\phi}_{MQ}^* X_{t-1})^2$$

A eq.3.1 também pode ser escrita do seguinte modo:

$$\hat{\tau} = \frac{\hat{\phi}_{MQ} - 1}{(S^2 / \sum X_{t-1}^2)^{1/2}} = \frac{T^{-1} \sum X_{t-1} \varepsilon_t}{S(T^{-2} \sum X_{t-1}^2)^{1/2}}$$

O teste é feito comparando o valor de $\hat{\tau}$ com os valores críticos. Caso $\hat{\tau}$ for menor do que o valor crítico, rejeita-se H_0 . Segundo Morettin (2011), os valores críticos para os níveis de significância 0.01, 0.05 e 0.1 são respectivamente -2.60, -1.95 e -1.61 para $n=100$.

Já nos casos em que a média é diferente de zero, como em

$$\Delta X_t = \theta_0 + \phi^* X_{t-1} + \varepsilon_t$$

o teste ainda é dado pela expressão 3.1, mas o denominador da expressão 3.2 tem seu valor alterado para $(\sum (X_{t-1} - \bar{X})^2)^{1/2}$. Os novos valores críticos para os níveis de significância 0.01, 0.05 e 0.1 passam a ser de -2.86, -3.12 e -3.42 para $n=100$.

4. MODELOS PARAMÉTRICOS

Neste capítulo serão apresentados os principais modelos utilizados para a média e para a volatilidade.

4.1. Processos autorregressivos (AR)

De acordo com Morettin (2011), um processo é autorregressivo de ordem p se satisfizer a seguinte equação:

$$X_t - \mu = \phi_1(X_{t-1} - \mu) + \dots + \phi_p(X_{t-p} - \mu) + \varepsilon_t, \quad (4.1)$$

com $\mu, \phi_1, \dots, \phi_p$ parâmetros reais e ε_t é um ruído branco $RB(0, \sigma^2)$. O processo 4.1 também pode ser escrito da seguinte forma:

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t$$

ou também por:

$$X_t = \phi(B)^{-1} \varepsilon_t = \psi(B) \varepsilon_t$$

sendo B um operador retroativo tal que: $B^s X_t = X_{t-s}$ e $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$.

O valor esperado de X_t é dado por:

$$\mu = E(X_t) = \frac{\phi_0}{1 - \phi_1 - \dots - \phi_p}$$

A f.a.c.v. é dada por: $\gamma_\tau = \phi_1 \gamma_{\tau-1} + \phi_2 \gamma_{\tau-2} + \dots + \phi_p \gamma_{\tau-p}$ para $\tau > 0$.

E a f.a.c. por: $\rho_\tau = \frac{\gamma_\tau}{\gamma_0}$.

Para haver convergência da série para um valor, as raízes da equação $\phi(B)=0$ devem estar fora do círculo unitário (utiliza-se o teste ADF para comprovar isto).

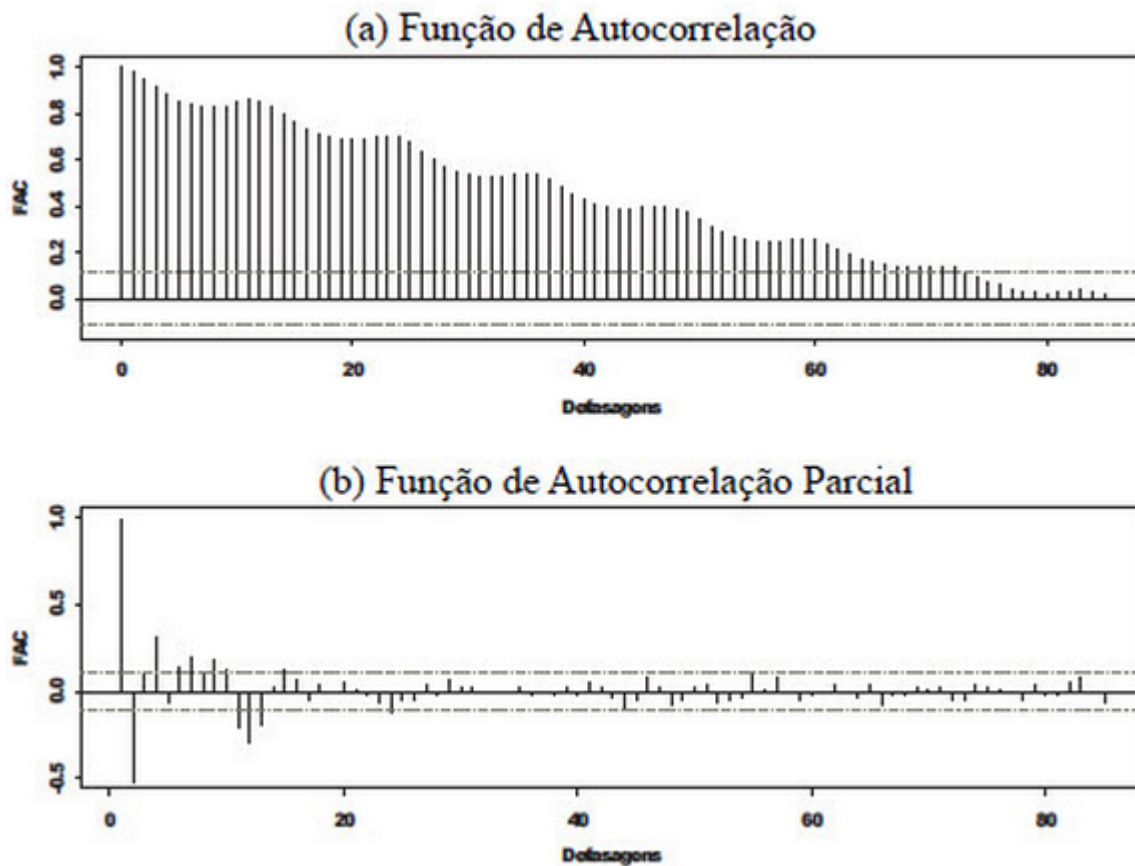


Figura 4-1 - Exemplo de f.a.c. e de f.a.c.p.

4.2. Processos de médias móveis (MA)

De acordo com Morettin (2011), X_t é um processo de médias móveis de ordem q se satisfizer a seguinte equação:

$$X_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

com μ , θ_1 , ..., θ_q constantes reais e ε_t é um ruído branco com distribuição $N(0,1)$.

Tomando como hipótese o fato de o processo X_t ser estacionário e os ruídos brancos ε_t serem não correlacionados, a variância é dada por:

$$\sigma_x^2 = \sigma^2(1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2).$$

Se $\mu=0$, a f.a.c.v. é dada por:

$$\gamma_{\tau} = \begin{cases} \sigma^2(-\theta_{\tau} + \theta_1\theta_{\tau+1} + \dots + \theta_q\theta_{q-\tau}), & \text{se } \tau = 1, \dots, q \\ 0, & \text{se } \tau > q \\ \gamma_{-\tau}, & \text{se } \tau < 0 \end{cases}$$

Já a f.ac. é dada por:

$$\rho_{\tau} = \begin{cases} \frac{-\theta_{\tau} + \theta_1\theta_{\tau+1} + \dots + \theta_q\theta_{q-\tau}}{1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2} & \text{se } \tau = 1, \dots, q \\ 0, & \text{se } \tau > q \\ \rho_{-\tau}, & \text{se } \tau < 0 \end{cases}$$

Para ter certeza de que a série converge para algum valor, primeiramente é necessária a definição de alguns parâmetros. Segundo Morettin (2011), o processo X_t também pode ser escrito da seguinte forma:

$$X_t = \theta(B)\varepsilon_t,$$

sendo $\theta(B)$ o operador de médias móveis dado por:

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

Ainda segundo Morettin, a série convergirá para um valor se todas as raízes da equação $\theta(B)=0$ estiverem fora do círculo unitário. Para testar isto neste trabalho, será utilizado o teste Augmented Dickey-Fuller (ADF).

4.3. Processos autorregressivos e de médias móveis (ARMA)

De acordo com Morettin (2011), um processo ARMA (p,q) - onde p é a ordem da parte AR e q da parte MA - é dado por:

$$X_t - \mu = \phi_1(X_{t-1} - \mu) + \dots + \phi_p(X_{t-p} - \mu) + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q\varepsilon_{t-q}$$

O processo acima também pode ser escrito por:

$$\phi(B)X_t = \theta(B)\varepsilon_t$$

Para um processo ARMA(p,q) genérico, a condição de estacionariedade é a mesma que para processos AR(p), ou seja, as raízes de $\phi(B)=0$ devem estar fora do círculo unitário, e

a condição de invertibilidade é a mesma que para processos MA(q), ou seja, as raízes de $\theta(B)=0$ devem estar fora do círculo unitário (Morettin, 2011).

Segundo Enders (1995), alguns cuidados devem ser tomados ao se analisar a estacionariedade de uma série. Se, por exemplo, uma série autorregressiva AR(1) começa em um período zero, ou seja, o primeiro dado da série é realmente no tempo zero não existindo dados anteriores a este, as soluções para o modelo são do tipo:

$$y_t = a_0 \sum_{i=0}^{t-1} a_1^i + a_1^t y_0 + \sum_{i=0}^{t-1} a_1^i \varepsilon_{t-i}$$

sendo o valor esperado dado por:

$$E(y_t) = a_0 \sum_{i=0}^{t-1} a_1^i + a_1^t y_0 \quad (4.2)$$

e para s períodos de tempo depois:

$$E(y_{t+s}) = a_0 \sum_{i=0}^{t+s-1} a_1^i + a_1^{t+s} y_0 \quad (4.3)$$

Percebe-se que as eq. 4.2 e 4.3 são dependentes do tempo, mostrando que a série não pode ser considerada estacionária. Ainda segundo Enders (1995), a solução para isto seria considerar o tempo tendendo ao infinito, ou seja, um intervalo muito grande de tempo para analisar a série. Outra sugestão seria pegar como ponto inicial uma série que já tenha muitos pontos antes do ponto inicial selecionado para análise, e assim as soluções para o modelo autoregressivo seriam dadas por:

$$y_t = \frac{a_0}{1-a_1} + \sum_{i=0}^{\infty} a_1^i \varepsilon_{t-1} + A(a_1)^t \quad (4.4)$$

com A sendo uma constante arbitrária.

Assim, Enders (1995) afirma que existem duas condições para que a série seja estacionária:

- 1) Ou a série temporal deve ter começado muito no passado de tal forma que o dado inicial considerado para análises não possa ser considerado inicial para a série como um todo, ou o processo deve estar em equilíbrio de tal forma que a constante arbitrária A da eq. 4.4 seja zero;
- 2) A raiz característica a_1 na eq. 4.4 deve ser menor do que o valor unitário em valor absoluto.

Segundo Enders (1995), as duas condições de estacionariedade podem ser generalizadas para a parte AR(p) de um processo ARMA(p,q) considerando que a parte dada por $A(a_1)^t$ na equação 4.4 é dada agora por $\sum_{i=1}^p A_i a_i^t$ e as duas condições apontadas devem ser respeitadas.

Para a porção MA(q) de um processo ARMA(p,q) que é dada por

$$x_t = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i \varepsilon_{t-i}, \text{ sendo } \varepsilon \text{ um ruído branco,}$$

Enders (1995) afirma que duas condições são necessárias e suficientes para que a porção MA(q) seja estacionária:

- 1) $\sum \beta_i^2$ tenha valor finito;
- 2) $(\beta_s + \beta_1 \beta_{s+1} + \beta_2 \beta_{s+2} + \dots)$ tenha valor finito.

Assim, para que um processo ARMA(p,q) seja estacionário, as duas condições para a porção AR e as duas para a porção MA devem ser respeitadas.

4.4. Modelos lineares e não lineares

Segundo Morettin (2011), o processo linear geral engloba os modelos AR, MA e ARMA através da seguinte expressão:

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \varepsilon_{t-j}, \text{ com } \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \text{ e } \psi \text{ é constante de modo que } \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2 < \infty.$$

A variância é dada por:

$$\sigma_x^2 = \sigma^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2$$

Ainda segundo Morettin (2011), modelos não lineares tem a seguinte forma:

$$r_t = g(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots) + \varepsilon_t h(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots), \text{ sendo } \varepsilon_t \text{ suposto i.i.d.}$$

A função $g(\cdot)$ representa a média condicional e $h^2(\cdot)$ representa a variância condicional. Se $g(\cdot)$ não for linear, o modelo é não linear na média. Caso $h(\cdot)$ for não linear, é não linear na variância. Um exemplo de não linearidade na média é dado pelo seguinte modelo: $r_t = \varepsilon_t + \alpha \varepsilon_{t-1}^2$.

4.5. Teste de Box-Pierce-Ljung

Após o modelo ser escolhido (AR, MA, ARMA), deve-se fazer um teste de autocorrelação residual com o intuito de ver se o modelo realmente pode ser considerado satisfatório para representar a série analisada e se pode ser utilizado na prática.

Segundo Morettin (2011), os resíduos são dados por:

$$\hat{\varepsilon}_t = \hat{\theta}^{-1}(B) \hat{\phi}(B) W_t, \text{ sendo } W_t = \frac{\theta(B)}{\phi(B)} \varepsilon_t.$$

Se o modelo for adequado, os $\hat{\varepsilon}_t$ deverão estar próximos dos ε_t , e portanto, deverão ser aproximadamente não correlacionados e as autocorrelações $\hat{a}_k$ dos resíduos deveriam ser aproximadamente zero (Morettin, 2011).

As autocorrelações são calculadas da seguinte forma:

$$\hat{a}_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_{t-k}}{\sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t^2}, \text{ esperando-se encontrar uma distribuição normal } N(0, \frac{1}{n}).$$

Para testar a autocorrelação residual, o modelo de Box-Pierce-Ljung foi proposto em 1978. Segundo Morettin (2011), se o modelo for apropriado, a estatística

$$Q(K) = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{\hat{a}_k^2}{n-k}$$

terá uma distribuição qui-quadrado com $K-p-q$ graus de liberdade, sendo K o número de autocorrelações utilizado para realizar o teste e p e q a ordem do modelo ARMA(p, q).

A hipótese de ruído branco para os resíduos é rejeitada para valores grandes de $Q(\cdot)$.

4.6. Modelo ARCH

Existem vários modelos não lineares para descrever a volatilidade, mas neste trabalho será utilizada apenas a classe de modelos ARCH(m), GARCH(m,n) e EGARCH(m,n) com o intuito de monitorar a variância da série dólar-euro.

Segundo Morettin (2011), o modelo ARCH(m) é dado por:

$$b_t = \varepsilon_t \sqrt{h_t}$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 b_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m b_{t-m}^2.$$

De modo que a_t represente o erro do processo e h_t a volatilidade a ser monitorada através de um gráfico de controle. ε_t é um ruído branco que obedece a uma distribuição normal de média zero e variância 1.

No infinito, o valor esperado para a variância dos retornos é dada por:

$$\text{Var}(r_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^m \alpha_i}$$

A variância mostrada acima é importante porque na modelagem, h_t terá este valor quando $t=0$.

4.7. Modelo GARCH

O termo GARCH(m,n) significa Generalized ARCH(m). Este modelo introduz uma segunda parte na fórmula da volatilidade h_t relativa a volatilidades passadas.

Segundo Morettin (2011), o modelo é dado por:

$$b_t = \varepsilon_t \sqrt{h_t}$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i b_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^n \beta_j h_{t-j}$$

Estes estimadores são obtidos através do método de máxima verossimilhança condicional (ver seção 4.9 para mais detalhes).

A volatilidade h_t deve ser positiva por definição (pois representa a variância) e assim vários autores indicam que os coeficientes α_i e β_i devem ser positivos. No entanto, é importante salientar que esta é uma condição suficiente, porém não necessária para que o modelo funcione. Os coeficientes podem ter valores negativos (como terão neste trabalho) e a volatilidade ainda se mantém positiva.

A volatilidade a longo prazo tende a convergir para o seguinte valor:

$$E(b^2_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i + \beta_i}, \text{ sendo que este valor será utilizado neste trabalho para modelar}$$

h_t quando $t=0$.

Em séries financeiras, é esperado que a volatilidade apresente caudas pesadas. Para um GARCH (1,1), por exemplo, temos que:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 b_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}, \text{ sendo a curtose dada por:}$$

$$K = \frac{E(b_t^4)}{[E(b_t^2)]^2} = \frac{3[1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2]}{1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2 - 2\alpha_1^2} > 3, \text{ provando a hipótese de caudas pesadas.}$$

4.8. Modelo EGARCH

Com a finalidade de tratar a volatilidade de modo assimétrico em relação aos retornos (ARCH e GARCH tratam simetricamente), Nelson (1991) desenvolveu o modelo Exponential GARCH(m,n).

Segundo Morettin (2011), o modelo EGARCH(1,1) pode ser descrito como:

$$b_t = \varepsilon_t \sqrt{h_t}$$

$$\ln(h_t) = \alpha_0 + \alpha_1 g(\varepsilon_{t-1}) + \beta_1 \ln(h_{t-1})$$

sendo a função $g(\cdot)$ a curva de impacto de informação dada por:

$$g(\varepsilon_t) = \theta\varepsilon_t + \Upsilon\{|\varepsilon_t| - E(|\varepsilon_t|)\}.$$

O modelo EGARCH(m,n) considerado no programa EViews é dado por:

$$b_t = \varepsilon_t \sqrt{h_t}$$

$$\ln(h_t) = \omega + \beta \ln(h_{t-1}) + \alpha \left| \frac{b_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| + \gamma \frac{b_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}}$$

Este modelo é o que será considerado para o desenvolvimento deste trabalho.

4.9. Função de máxima verossimilhança

Os parâmetros dos modelos de volatilidade (ARCH, GARCH, etc) são obtidos pelo método de máxima verossimilhança condicional. De acordo com Morettin (2011), esta função é dada por:

$$L(b_1, \dots, b_T | \alpha) = f(b_T | \hat{\sigma}_{T-1}) f(b_{T-1} | \hat{\sigma}_{T-2}) \dots f(b_{m+1} | \hat{\sigma}_m) f(b_1, \dots, b_m | \alpha),$$

onde $\hat{\sigma}_T$ representa a informação conhecida até o instante T. Se os ε_T possuem distribuição normal, a equação pode ser reescrita como:

$$L(b_1, \dots, b_T | \alpha) = \prod_{t=m+1}^T (\sqrt{2\pi h_t})^{-1} \exp \left\{ \frac{-b_t^2}{2h_t} \right\} f(b_1, \dots, b_m | \alpha)$$

Se T é grande, $f(b_1, \dots, b_m | \alpha)$ pode ser desprezado e obtemos a seguinte função de verossimilhança:

$$L(b_1, \dots, b_T | \alpha) = \prod_{t=m+1}^T (\sqrt{2\pi h_t})^{-1} \exp \left\{ \frac{-b_t^2}{2h_t} \right\}$$

Maximizando esta função, encontra-se os parâmetros dos modelos de volatilidade.

5. METODOLOGIA

Neste capítulo será aplicada a metodologia utilizada ao longo deste trabalho. O método propõe que qualquer série possa ser analisada e a partir desta possa ser construído um gráfico de controle com o objetivo de monitorar os níveis de volatilidade. A metodologia utilizada é sugerida por Morettin (2011) e utilizada passo a passo por Dos Santos (2012).

A Tabela 5-1 - com base no trabalho de Dos Santos (2012) - mostra passo a passo o método proposto:

1) Coleta de dados	• Coleta de dados inicial
2) Visualização da série	• Construção do gráfico da série para visualizar se existe estacionariedade
3) Série de retornos	• Construção de uma nova série caso a original não seja estacionária
4) Diagnóstico da série de retornos	• Aplicar teste ADF para ver se a série proposta é de fato estacionária • Visualizar as funções F.A.C. e F.A.C.P. • Método de Box-Pierce-Ljung
5) Análise da normalidade	• Ver até que ponto a série pode ser considerada normal
6) Estimação de um modelo ARMA para a média	• Estimar um modelo ARMA(p,q) para a média
7) Diagnóstico do modelo ARMA	• Analisar se tem correlação serial na série de resíduos • Analisar se existe heterocedasticidade na série de resíduos quadrados
8) Estimação de modelos para a volatilidade	• Estimação de modelos ARCH, GARCH e EGARCH para a volatilidade
9) Diagnóstico dos modelos para a volatilidade	• Ver se não existe correlação serial • Ver se a heterocedasticidade dos resíduos quadrados foi eliminada

10) Construção de gráficos de controle	Determinar os limites de controle para cada um dos modelos de volatilidade propostos através de simulações
11) Comparação dos modelos propostos para a volatilidade	Através da mudança de volatilidade, ver qual dos modelos consegue visualizar esta mudança de modo mais rápido e eficiente utilizando o conceito de ARL
12) Utilização dos limites de controle na série histórica	Os limites de controle encontrados anteriormente devem ser utilizados na série histórica para ver se descrevem a realidade de modo satisfatório

Tabela 5-1 - A metodologia utilizada no trabalho; adaptado de Dos Santos (2012)

5.1. Coleta de dados

A coleta de dados é o passo inicial para a elaboração do trabalho. Ela deve ser feita através de uma fonte segura de modo a ter risco muito baixo de dados não serem verdadeiros. Para este trabalho, a coleta foi feita através da Bloomberg, sistema utilizado por todos os bancos de investimentos para analisar o desempenho de diversos papéis e índices, além de notícias em tempo real. Das fontes mais confiáveis, pode-se dizer que a Bloomberg se encaixa neste grupo.

5.2. Visualização da série

Depois da coleta, deve-se construir um gráfico de dispersão para identificar como os dados se comportaram ao longo do tempo. Se o gráfico for estacionário, utiliza-se a série inicial para dar continuidade às estimações futuras. Caso a série não seja estacionária, deve-se construir uma nova série denominada série de retornos para dar continuidade ao trabalho.

Normalmente em finanças, as séries iniciais não são estacionárias e devem ser transformadas em séries de retornos.

5.3. Série de retornos

Caso a série original seja não estacionária, deve ser construída a série de retornos. Em finanças, utiliza-se normalmente a diferença do logaritmo entre dois tempos:

$$r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$$

A partir da nova distribuição obtida (que terá $n-1$ dados em relação à original), constrói-se um novo gráfico de dispersão para ver se a série agora é estacionária. Caso ainda não seja, deve-se fazer uma nova série de retornos tomando outra diferença logarítmica (agora serão $n-2$ dados em relação à original) e observar se é estacionária. Na verdade, estas diferenças dão origem ao modelo ARIMA(p,d,q), que é similar ao modelo ARMA(p,q), mas que se utiliza de d diferenças para construir o modelo.

Em finanças, normalmente a primeira tentativa de obter um série de retornos já é suficiente para retornar uma série estacionária.

5.4. Diagnóstico da série de retornos

Com o intuito de não deixar a análise da estacionariedade somente numa visualização gráfica, existem métodos estatísticos para ver o quão ela pode ser considerada estacionária. O teste utilizado para isto é o Augmented Dickey-Fuller, cuja explicação detalhada pode ser vista na seção 3.5.

Sendo estacionária, pode-se considerar a utilização da série em questão. Agora começa a análise da autocorrelação entre as diversas defasagens com o intuito de descobrir até que defasagem a correlação existe e com isto propor uma ordem para o modelo ARMA (p,q) que se quer construir.

As autocorrelações e autocorrelações parciais são obtidas através das funções f.a.c. e f.a.c.p. (ver seção 3.4 para mais detalhes). Caso alguma autocorrelação em alguma das defasagens ultrapasse o limite superior ou inferior de $\pm \frac{2}{\sqrt{n}}$, a ordem para um modelo AR, MA ou ARMA é estabelecida.

Os correlogramas dados pelo programa EViews e o teste de Box-Pierce-Ljung (ver seção 4.3 para mais detalhes) também servem para detectar até que ordem a autocorrelação pode ser considerada significativa.

5.5. Análise da normalidade

A análise da normalidade serve para ver o quão a série de retornos pode ser considerada normal. Muitas análises que serão feitas posteriormente adotam a simplificação da série por um modelo com distribuição normal.

Para analisar a normalidade, utiliza-se histograma representativo da série para a noção visual. Em seguida utiliza-se métodos matemáticos para não somente depender de uma análise visual. O dispositivo gráfico QQ-Plot e o teste Jarque-Bera serão utilizados neste trabalho.

Deve-se averiguar também a assimetria e a curtose. Em finanças, espera-se que a curtose seja maior do que 3, ou seja, que a distribuição apresente caudas mais pesadas do que a distribuição normal.

5.6. Estimação de um modelo ARMA para a média

A estimação de um modelo ARMA(p,q) que descreva a média tem como objetivo eliminar as correlações seriais para que se possa utilizar um modelo para a volatilidade (ARCH, GARCH, EGARCH).

O modelo ARMA é explicado na seção 4.3. Para estimá-lo, neste trabalho foi utilizado o programa EViews 5.0 que faz a regressão da série utilizando o método dos mínimos quadrados.

5.7. Diagnóstico do modelo ARMA(p,q)

Nesta etapa devem ser analisados os resíduos e os resíduos quadrados.

Para os resíduos, deve-se analisar as funções f.a.c. e f.a.c.p. de modo que nenhuma defasagem ultrapasse o limite crítico, evidenciando que a correlação serial foi eliminada. Aplica-se também o teste Box-Pierce-Ljung e o correlograma presente no programa EViews como mais duas ferramentas se ter mais certeza da eliminação da significância das correlações.

Já para os resíduos quadrados, precisa existir heterocedasticidade de modo que os modelos para a volatilidade possam ser utilizados. Assim, aplica-se o mesmo procedimento explicado acima, só que desta vez deve indicar presença significativa de correlação serial.

Caso não se verifique os dois resultados acima, o modelo para a média deve ser refeito. Se o modelo apropriado for um ARMA(5,5), por exemplo, e se existirem coeficientes não significativos e que atrapalham o resultado, pode-se eliminá-los de modo a encontrar as condições apontadas acima. O processo é feito por tentativa e erro até que se encontre um modelo que satisfaça as exigências.

5.8. Estimação de modelos para a volatilidade

A estimação de modelos para a volatilidade parte do modelo ARMA encontrado. Com as defasagens consideradas significativas do modelo anterior, estima-se o modelo de volatilidade através do software EViews 5.0.

Caso os coeficientes não sejam significativos, deve-se eliminá-los até que os coeficientes encontrados sejam todos significativos. O método de eliminação é feito por tentativa e erro.

5.9. Diagnóstico dos modelos de volatilidade

Deve-se analisar novamente o correlograma e realizar o teste Box-Pierce-Ljung. Para os resíduos e resíduos quadrados, a heterocedasticidade deve ter sido eliminada.

Caso as condições acima não sejam verificadas, deve-se estimar um novo modelo para a volatilidade e realizar novamente os testes de heterocedasticidade.

5.10. Construção de gráficos de controle

Após a obtenção de um modelo para a volatilidade, deve-se construir um gráfico de controle, identificando os limites de controle através de simulações.

O primeiro passo na construção é determinar um limite de controle de tal forma que o ARL_0 seja próximo de 100, ou seja, que após N simulações que resultam em X_t amostras ($t=1, \dots, N$), a média dessas amostras tende a ser próximo de 100.

Se forem feitas $N=20.000$ simulações, por exemplo, e for obtido que para o instante $t=22$ foram precisos 45 amostras para ultrapassar o limite de controle, indica-se $X_{22}=45$. Se para o tempo $t=506$ foram precisos 123 amostras para se ultrapassar o limite, indica-se $X_{506}=123$. A média desses X_t ($t=1, \dots, 20000$) deve ser perto do valor de ARL_0 definido como 100.

Na literatura utiliza-se normalmente o valor de $\sigma=3$ para a distância da linha central do gráfico até seu limite superior e inferior, resultando em um ARL próximo de 370. Neste trabalho, o ARL adotado é de 100 porque só é possível extrair uma amostra por dia no mercado financeiro. 100 dias úteis no mercado financeiro são praticamente 4 meses. 370 dias úteis seria um intervalo muito grande.

Na prática, a determinação do limite de controle é feito através de uma busca direcionada. Se for fixado um limite com valor $Y1$ e encontrado um ARL_0 de 350, por exemplo, isto significa que para se obter um ARL_0 de 100 deve-se diminuir o valor do limite de controle. Assim, é escolhido um novo limite de controle $Y2$ e realizado novamente o teste.

Se o ARL_0 , por exemplo, for de 80, sabe-se que o limite de controle procurado é maior que Y_2 . Assim, por busca direcionada é possível encontrar um limite de controle tal que o valor de ARL_0 seja próximo de 100.

É importante dizer que para se determinar os limites de controle, a variável aleatória geradora do processo é um ruído branco, ou seja, é tal que ε tenha distribuição normal com média zero e variância um.

5.11. Comparação dos modelos propostos para a volatilidade

Após a obtenção dos limites de controle para cada um dos modelos de volatilidade propostos, deve-se testar o quão rápido cada modelo detecta um aumento de volatilidade.

As fórmulas continuarão as mesmas das análises anteriores, o que será alterado é a variável aleatória gerada que antes tinha uma distribuição normal de média zero e variância um, ou seja, $N(0,1)$. Agora, a variável terá distribuição normal $N(0,\Delta)$, sendo Δ a nova variância de modo a representar o aumento de volatilidade.

O modelo que apresenta um ARL menor para detectar as diversas variações será o melhor modelo para detectar a mudança da volatilidade. Pode ocorrer também de um modelo apresentar um ARL menor para determinado Δ e maiores em outros, ou seja, alguns podem ser mais eficazes para detectar pequenas mudanças e outros para grandes mudanças.

5.12. Utilização dos limites de controle na série histórica

Nesta seção será apresentada uma aplicação a um caso real para ver se os limites de controle realmente identificam uma mudança de volatilidade.

O primeiro passo é a própria análise da série inicial com o intuito de observar a adequação do modelo a eventos passados. Mudanças na volatilidade têm explicação econômica e na grande maioria das vezes as suas causas são conhecidas. Por exemplo, em 1929 com a Grande Depressão, na década de 70 com a crise do petróleo ou em 2001 com

ataques terroristas, o modelo deveria ser capaz de detectar rapidamente o aumento de volatilidade.

O segundo passo seria testar a adequação do modelo aos dados atuais e modificá-lo a cada evento que possa modificar as equações. Este ajuste deve ser periódico de modo a representar mais fielmente a realidade atual da série analisada.

As Figuras 5-1, 5-2 e 5-3 ilustram os três modelos a serem utilizados neste trabalho para o monitoramento da volatilidade.

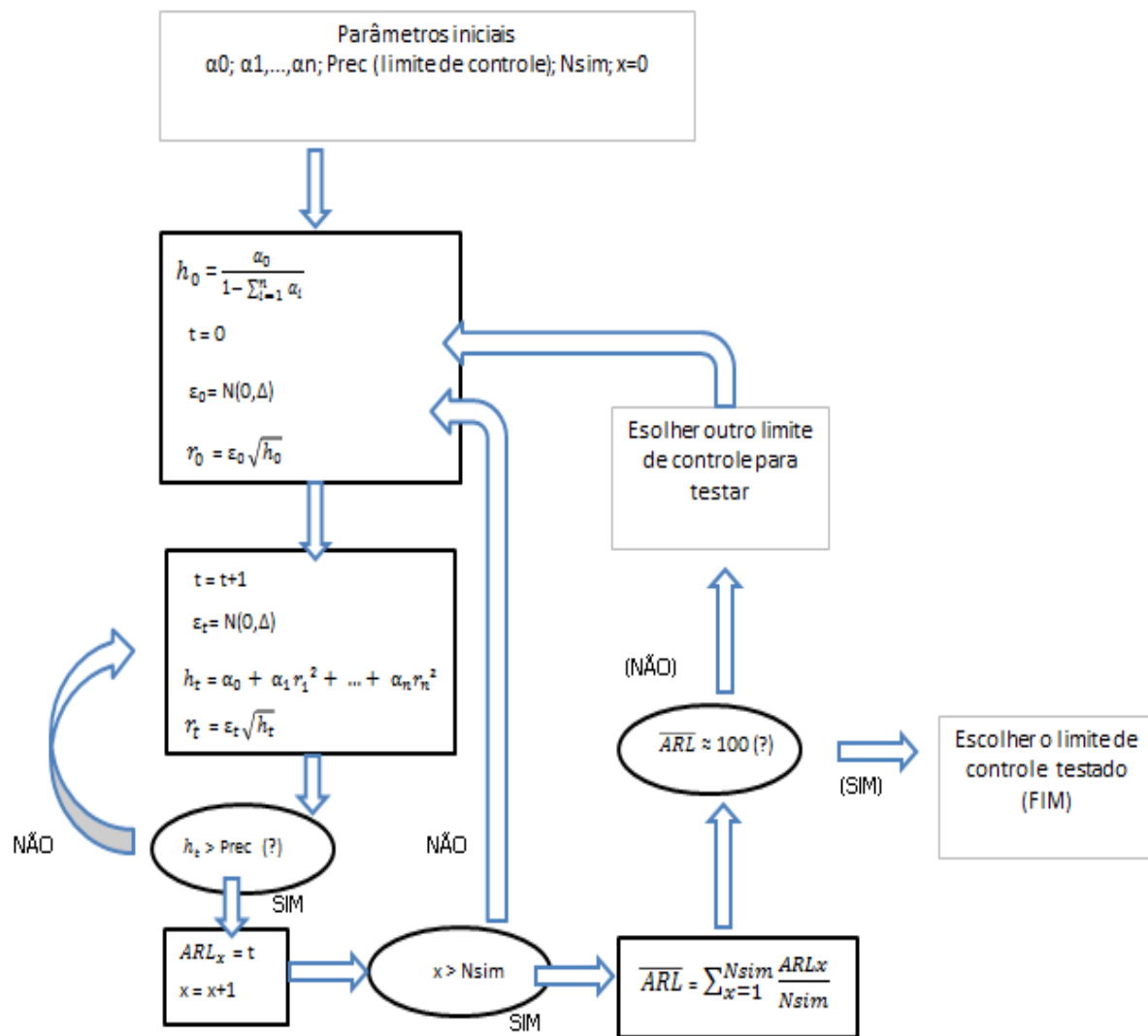


Figura 5-1 - Diagrama do modelo ARCH

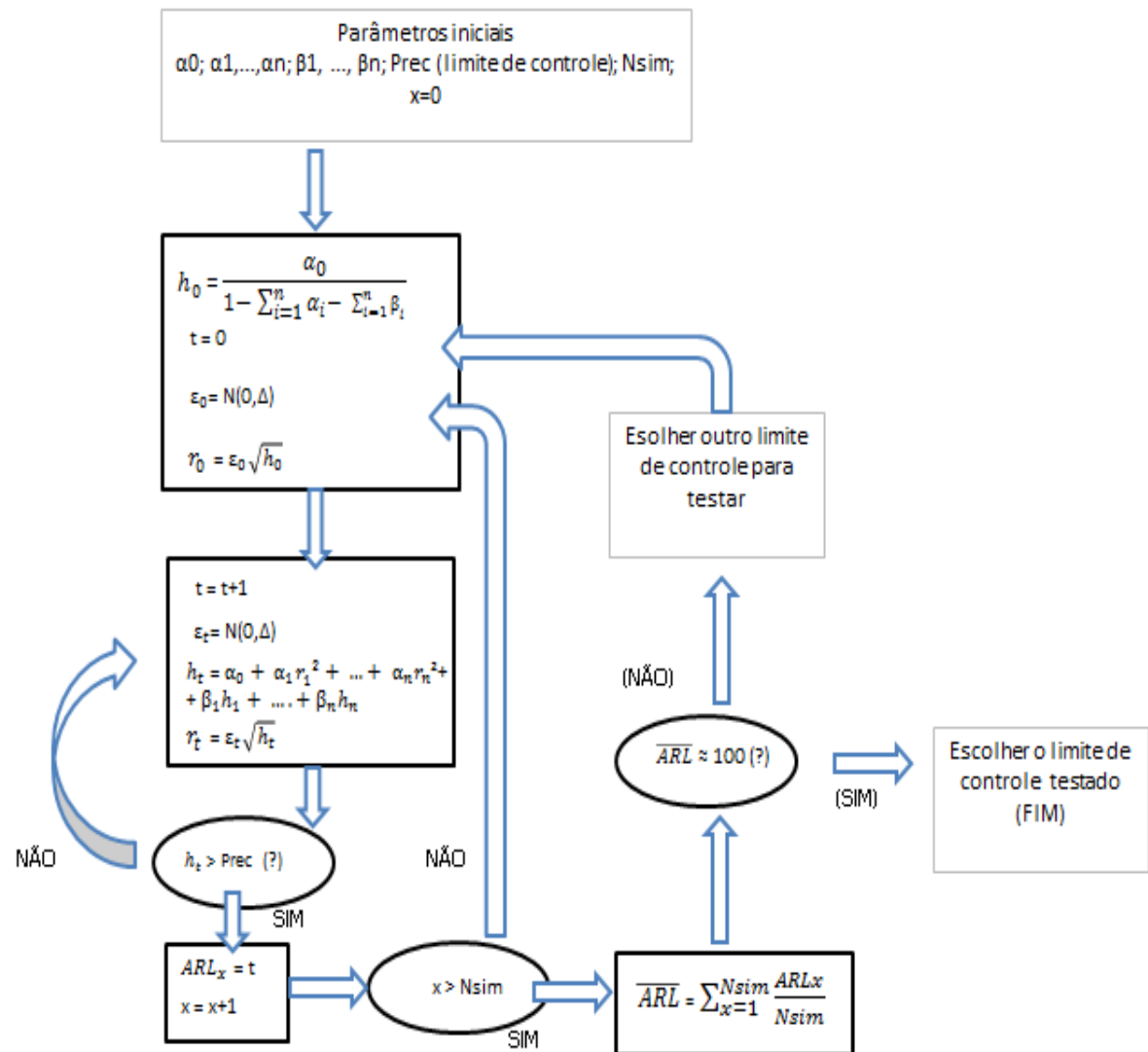


Figura 5-2 - Diagrama do modelo GARCH

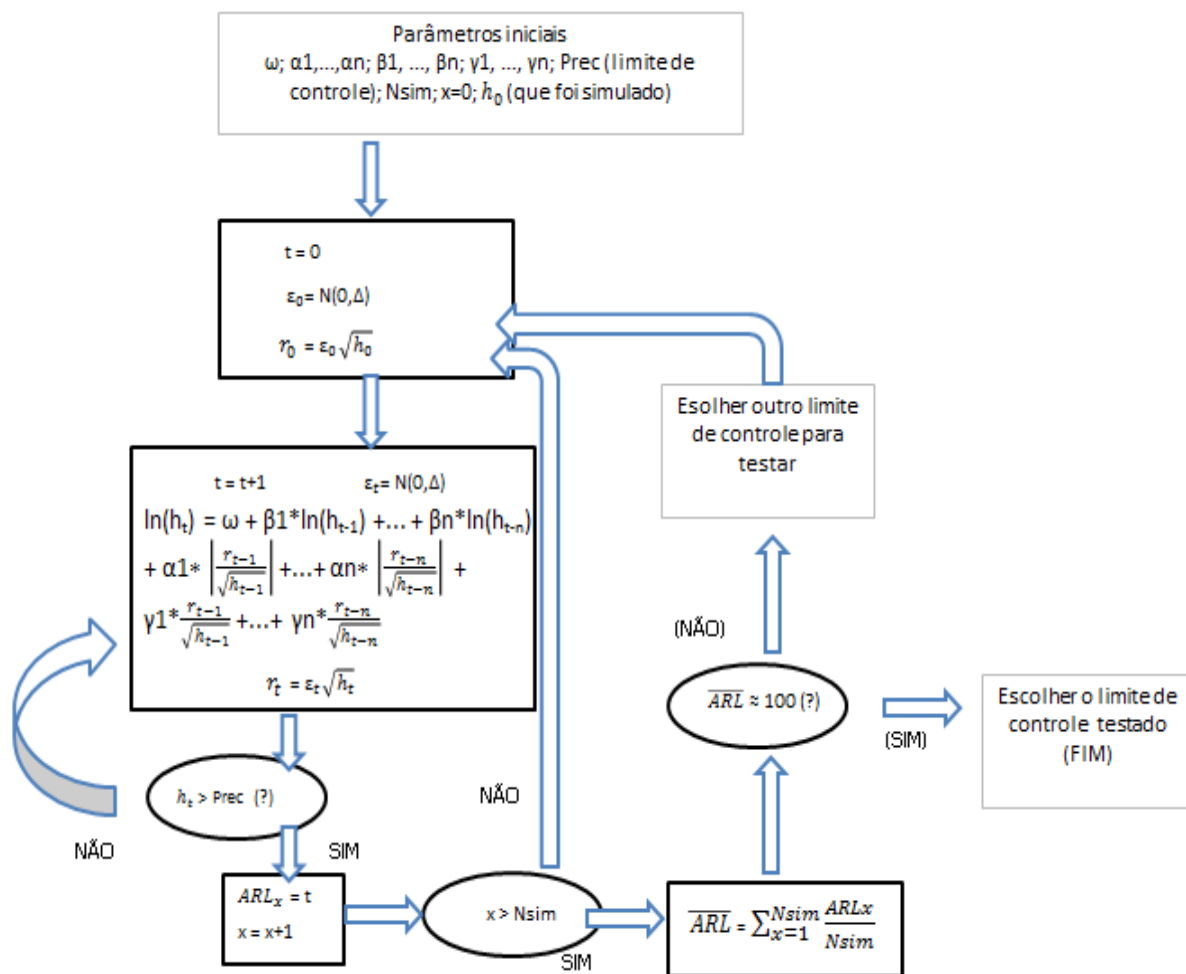


Figura 5-3 - Diagrama do modelo EGARCH

6. MODELO PARA USD/EUR

Neste capítulo será mostrado um exemplo prático no qual se aplica a metodologia apresentada.

A série USD/EUR mostra a variação das cotações das moedas dólar e euro. A justificativa para a escolha de tal série advém do fato de serem as duas moedas mais importantes do mundo, e com isso, os resultados obtidos podem contribuir para diversas pesquisas posteriores.

6.1. Série original

Na Figura 6-1 está apresentada a série DOL/EUR de 2002 até 2013 com o objetivo de visualizar como esta variou no tempo.

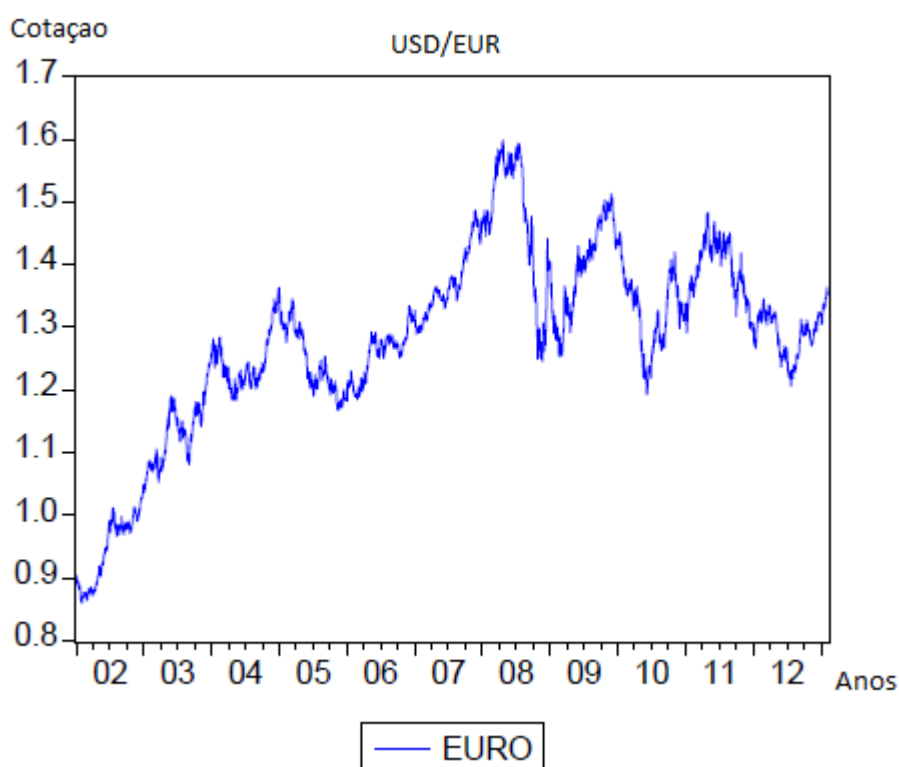


Figura 6-1 - Série histórica Dólar-Euro

Percebe-se que o euro sofreu valorização do início de 2002 até meados de 2008. Com a crise econômica dos Estados Unidos e as preocupações de contágio na Europa e no resto do mundo, o euro se desvalorizou, saindo de 1,6 para cerca de 1,25. Em meados de 2009 entretanto, sofreu nova valorização de 1,25 para 1,5 pelo julgamento de que a situação econômica da Europa estivesse melhor que a dos Estados Unidos. No final de 2009 e no começo de 2010, sofreu outra desvalorização por causa de preocupações relativas a diversas crises em países como: Irlanda, Portugal, Itália, Espanha, entre outros. Na verdade, a cotação desde a metade de 2009 é cíclica, variando de cerca de 1,25 até 1,45, representando as preocupações com a economia americana e a européia.

Do ponto de vista estatístico, esta série não parece ser estacionária, mas para ter certeza aplicaremos o teste ADF para concluir com mais precisão. As outras observações estatísticas sobre a série são apresentadas na Figura 6-2.

Número de observações

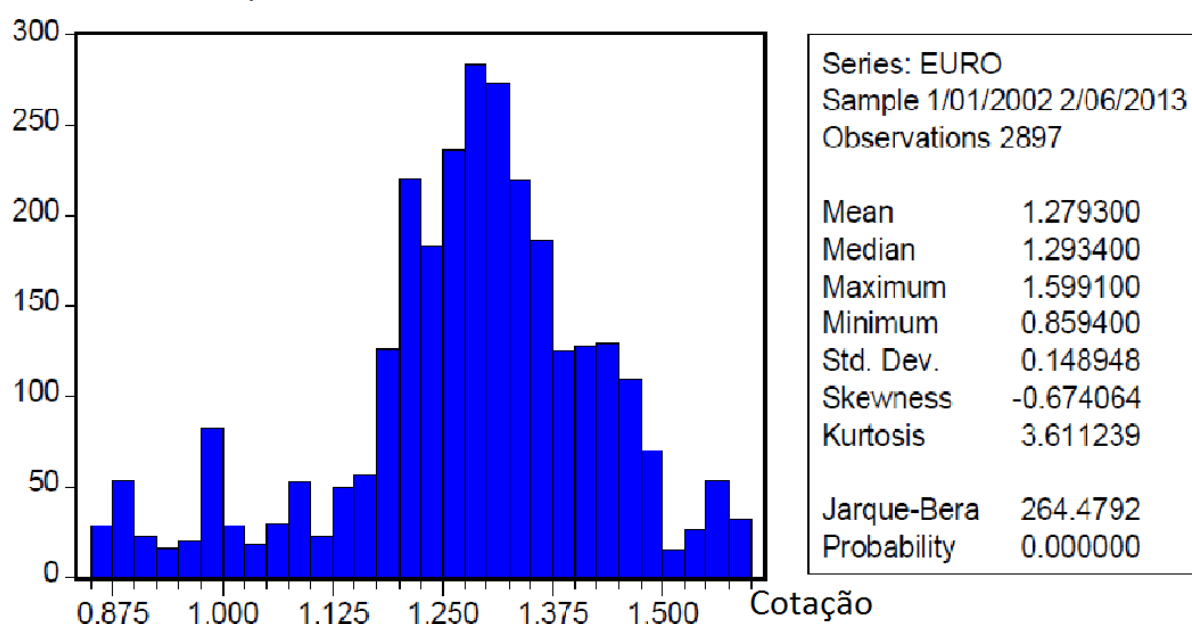


Figura 6-2 - Características da série histórica Dólar-Euro

6.2. Teste ADF

O teste Augmented Dickey-Fuller é utilizado para mostrar se uma série é estacionária ou não.

A Tabela 6-1 mostra que somente com alfa de 10% a série pode ser considerada estacionária, mas a níveis de significância de 5% e de 1% não pode ser considerada. Ver que a probabilidade indicada no resultado aponta para um nível de significância da ordem de 9,22%. Assim, deve-se construir uma série de retornos de modo a garantir que não haja raízes unitárias e que haja estacionariedade.

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on EURO				
Null Hypothesis: EURO has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=27)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-2.603804	0.0922
Test critical values:	1% level		-3.432417	
	5% level		-2.862339	
	10% level		-2.567240	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(EURO) Method: Least Squares Date: 03/17/13 Time: 13:45 Sample (adjusted): 1/02/2002 2/06/2013 Included observations: 2896 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
EURO(-1)	-0.002700	0.001037	-2.603804	0.0093
C	0.003614	0.001336	2.706224	0.0068
R-squared	0.002337	Mean dependent var		0.000160
Adjusted R-squared	0.001992	S.D. dependent var		0.008320
S.E. of regression	0.008312	Akaike info criterion		-6.741646
Sum squared resid	0.199924	Schwarz criterion		-6.737523
Log likelihood	9763.904	F-statistic		6.779795
Durbin-Watson stat	1.980979	Prob(F-statistic)		0.009267

Tabela 6-1 - Teste ADF para a série histórica

6.3. Série de retornos

A série de retornos será construída de modo a indicar as diferenças entre dois tempos sucessivos através da seguinte equação:

$R_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$, com P_t sendo a cotação no tempo t e P_{t-1} a cotação no período imediatamente precedente. Com isso, constrói-se a série da Figura 6-3.

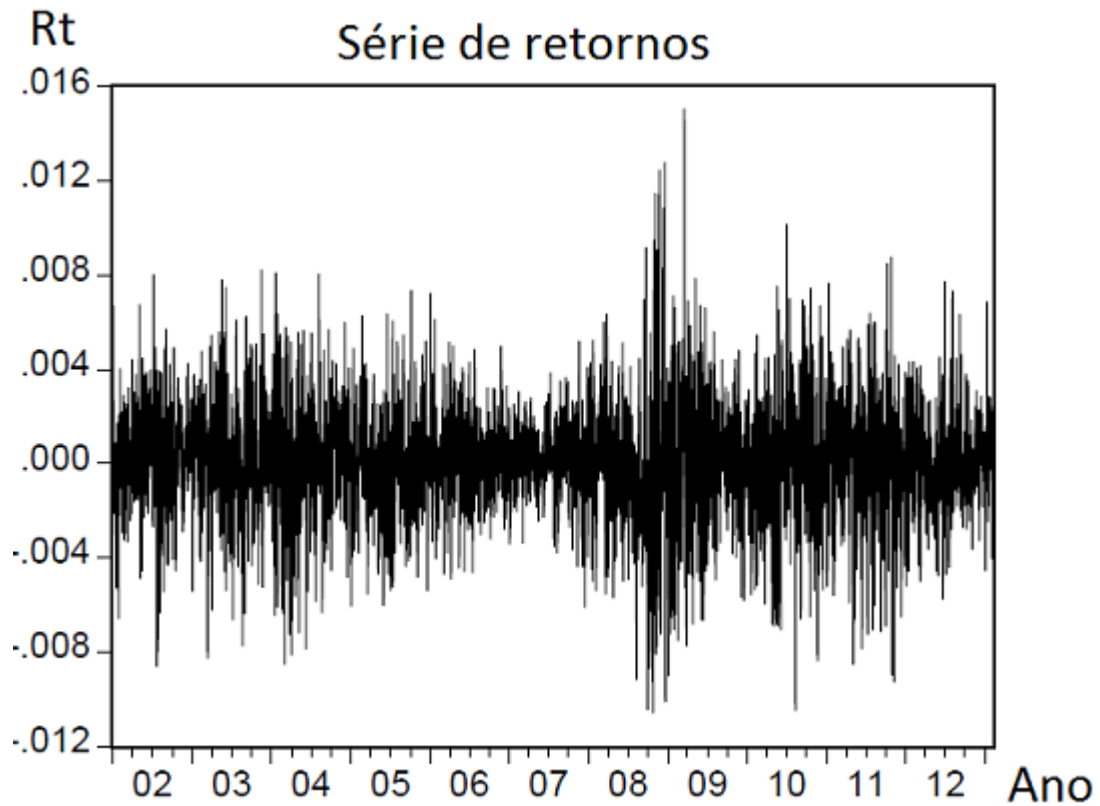


Figura 6-3 - A série de retornos

A Figura 6-3 apresenta a série de retornos. Visualmente pode-se dizer que a série gerada é estacionária, entretanto, outros testes devem ser feitos de modo a aceitar estatisticamente esta hipótese.

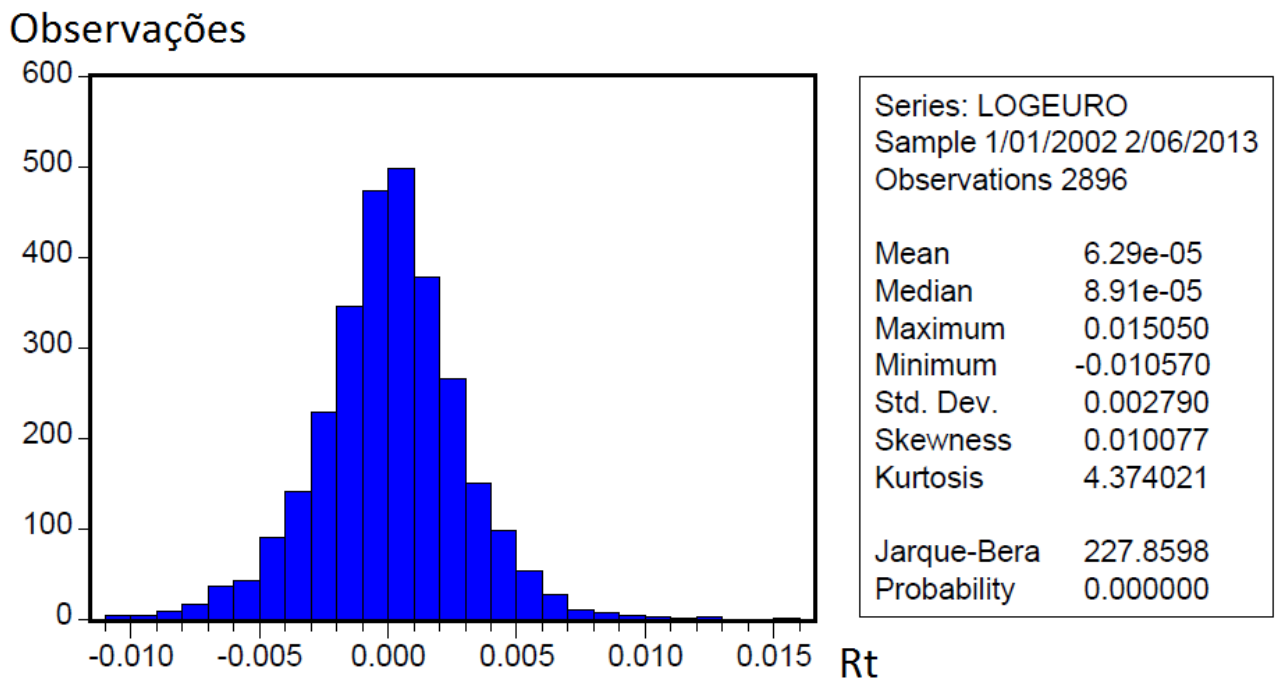


Figura 6-4 - Características da série de retornos

Comparando a Figura 6-4 com a Figura 6-2 observa-se que o desvio-padrão diminuiu, indicando que os valores estão mais próximos da média. A assimetria também ficou mais perto de 0, indicando que a série de retornos é mais simétrica do que a série original.

Já a curtose aumenta e é maior do que 3, indicando que a série é leptocúrtica, ou seja, a distribuição é mais alta e mais afunilada do que a distribuição normal, tendo assim caudas mais pesadas (é mais fácil ter valores longe da média do que em uma distribuição normal).

Para o teste da normalidade, utiliza-se o teste Jarque Bera que tem como hipótese nula H_0 o fato da série ser normal. Para um nível de significância de 5%, o nível crítico χ^2_2 é de 5,9915. De acordo com a Figura 6-4, o Jarque Bera encontrado é de 227,8598, indicando que a hipótese nula deve ser rejeitada, ou seja, a série de retornos não pode ser considerada normal. Este resultado, no entanto, não é preocupante, pois a literatura pressupõe que as séries temporais financeiras são leptocúrticas e já considera este fato na construção dos modelos.

6.4. Teste ADF

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on LOGEURO				
Null Hypothesis: LOGEURO has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=27)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-53.72377	0.0001
Test critical values:	1% level		-3.432418	
	5% level		-2.862339	
	10% level		-2.567240	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(LOGEURO)				
Method: Least Squares				
Date: 03/17/13 Time: 13:55				
Sample (adjusted): 1/03/2002 2/06/2013				
Included observations: 2895 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LOGEURO(-1)	-0.997921	0.018575	-53.72377	0.0000
C	6.05E-05	5.18E-05	1.166998	0.2433
R-squared	0.499415	Mean dependent var		-2.87E-06
Adjusted R-squared	0.499242	S.D. dependent var		0.003941
S.E. of regression	0.002789	Akaike info criterion		-8.925812
Sum squared resid	0.022498	Schwarz criterion		-8.921687
Log likelihood	12922.11	F-statistic		2886.244
Durbin-Watson stat	1.998285	Prob(F-statistic)		0.000000

Tabela 6-2 - Teste ADF para a série de retornos

O teste ADF na Tabela 6-2 mostra que a nível de significância de 1% a série de retornos pode ser considerada estacionária. Na verdade, a “t-statistic” retorna o valor de -53,7 indicando que a série é estacionária a níveis de significância da ordem de 0.01%, proporcionando assim uma segurança maior do que a requisitada. Portanto, rejeita-se a hipótese nula de que a série não é estacionária.

6.5. Análise da f.a.c. e da f.a.c.p.

A função de autocorrelação (f.a.c.) e a de autocorrelação parcial (f.a.c.p.) servem para indicar se há correlação entre os dados da série e para identificar até qual defasagem a correlação pode ser considerada significativa. A partir disso, pode-se modelar a média.

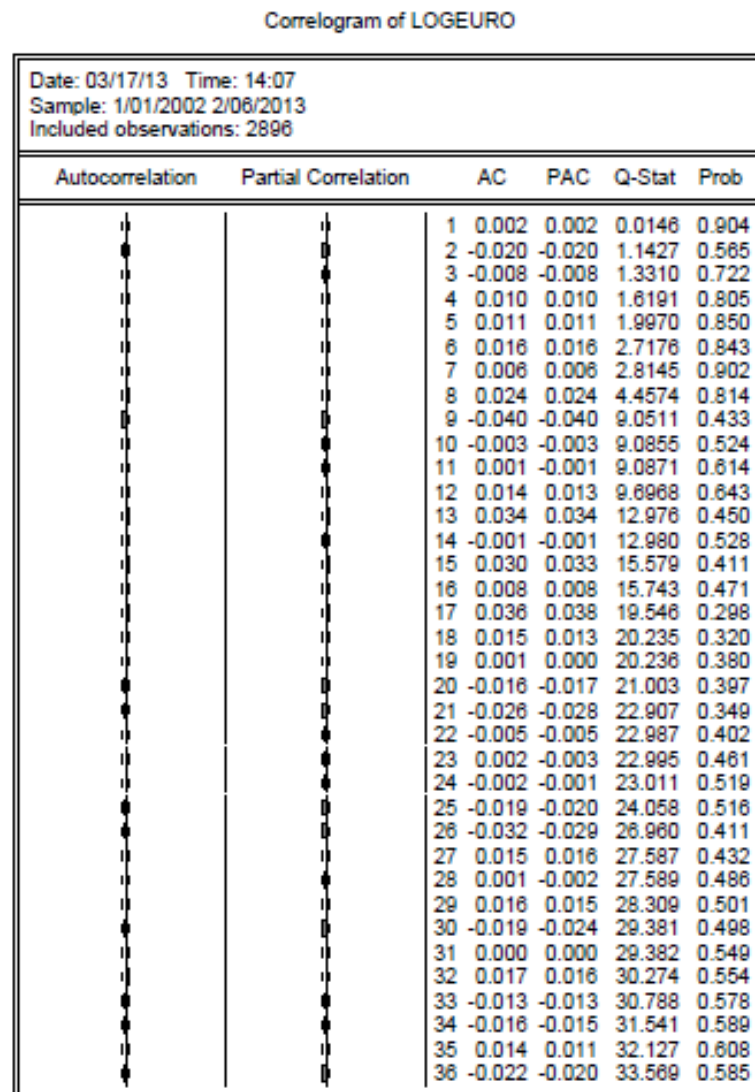


Figura 6-5 - Correlograma da série de retornos

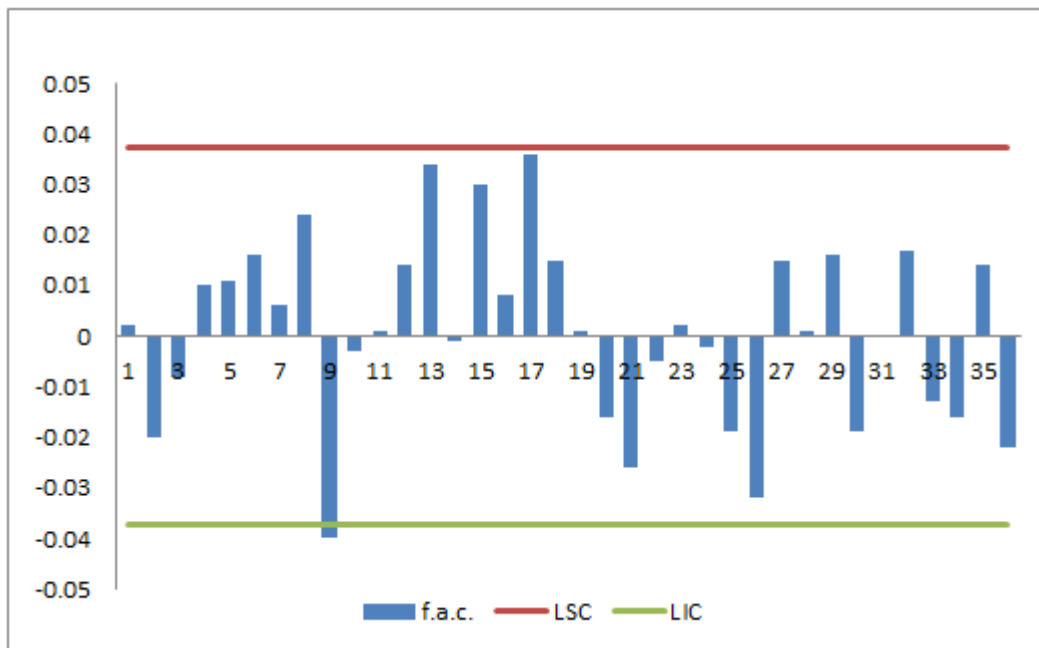


Figura 6-6 - f.a.c. da série de retornos

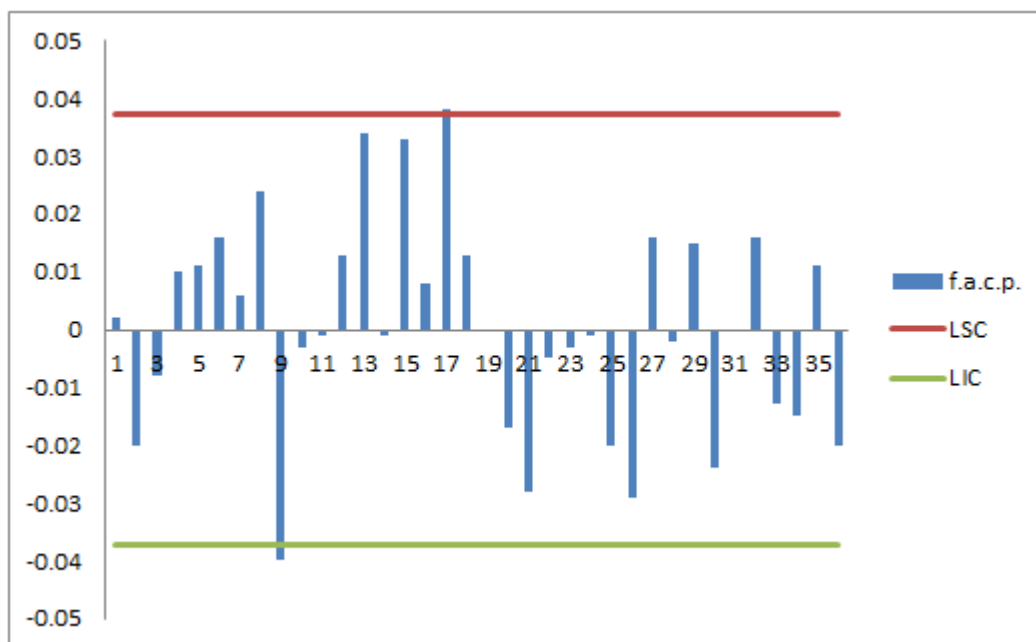


Figura 6-7 - f.a.c.p. da série de retornos

Os limites de controle da f.a.c. e da f.a.c.p. são dados por: $\pm 2/\sqrt{n}$. Nas Figuras 6-6 e 6-7, percebe-se que os limites são ultrapassados na nona defasagem, sendo portanto a correlação

significativa até esta defasagem e indicando que é válida a tentativa de modelar um modelo ARMA(9,9).

6.6. Modelo para as cotações

Como a f.a.c. e a f.a.c.p. indicaram que a última defasagem significativa é a nona, será modelado um ARMA(9,9) em EViews 5.0:

Dependent Variable: LOGEURO Method: Least Squares Date: 04/14/13 Time: 12:13 Sample (adjusted): 1/15/2002 2/06/2013 Included observations: 2887 after adjustments Convergence achieved after 69 iterations Backcast: 1/02/2002 1/14/2002				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	6.32E-05	5.59E-05	1.130392	0.2584
AR(1)	-0.492315	0.595804	-0.826582	0.4085
AR(2)	0.277194	0.421375	0.657832	0.5107
AR(3)	-0.762625	0.292557	-2.606755	0.0092
AR(4)	-0.518925	0.379356	-1.367909	0.1714
AR(5)	0.959344	0.314699	3.049451	0.0023
AR(6)	0.230161	0.522094	0.440842	0.6594
AR(7)	-0.251392	0.271264	-0.926743	0.3541
AR(8)	0.477452	0.259026	1.843258	0.0654
AR(9)	0.229211	0.179682	1.275649	0.2022
MA(1)	0.496691	0.596591	0.832548	0.4052
MA(2)	-0.293350	0.428055	-0.685308	0.4932
MA(3)	0.751032	0.299941	2.503935	0.0123
MA(4)	0.531649	0.373571	1.423153	0.1548
MA(5)	-0.960707	0.326376	-2.943556	0.0033
MA(6)	-0.216431	0.526076	-0.411406	0.6808
MA(7)	0.286781	0.275138	1.042315	0.2974
MA(8)	-0.453133	0.275054	-1.647432	0.0996
MA(9)	-0.227532	0.169938	-1.338912	0.1807
R-squared	0.010092	Mean dependent var	6.23E-05	
Adjusted R-squared	0.003879	S.D. dependent var	0.002791	
S.E. of regression	0.002786	Akaike info criterion	-8.921909	
Sum squared resid	0.022260	Schwarz criterion	-8.882633	
Log likelihood	12897.78	F-statistic	1.624430	
Durbin-Watson stat	1.998398	Prob(F-statistic)	0.046309	
Inverted AR Roots	.91	.47-.69i	.47+.69i	.35+.92i
	.35-.92i	-.42	-.86+.50i	-.86-.50i
	-.90			
Inverted MA Roots	.90	.48-.67i	.48+.67i	.35-.93i
	.35+.93i	-.43	-.86+.50i	-.86-.50i
	-.89			

Tabela 6-3 - Modelagem ARMA(9,9)

Da Tabela 6-3 pode-se observar que existem vários coeficientes não significativos a 5% (5% de significância será utilizado para a escolha dos coeficientes). Os únicos significativos imediatamente apontados pelo modelo são: AR(3), AR(5), MA(3) e MA(5). Entretanto, é importante notar que um coeficiente pode influenciar a significância de outro e assim um coeficiente que poderia ser significativo em um determinado conjunto pode não ser porque outro coeficiente está impactando na sua significância.

A solução é remover os coeficientes menos significativos até encontrar um conjunto de coeficientes que seja significativo e que explique bem o modelo. Após algumas tentativas, chega-se ao modelo mostrado na Tabela 6-4:

Dependent Variable: LOGEURO Method: Least Squares Date: 04/13/13 Time: 13:39 Sample (adjusted): 1/15/2002 2/06/2013 Included observations: 2887 after adjustments Convergence achieved after 55 iterations Backcast: 1/02/2002 1/14/2002				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(3)	-0.333744	0.105774	-3.155242	0.0016
AR(5)	0.209879	0.088266	2.377805	0.0175
AR(8)	-0.502631	0.149300	-3.366592	0.0008
AR(9)	0.109163	0.042314	2.579811	0.0099
MA(3)	0.326321	0.100700	3.240526	0.0012
MA(5)	-0.213040	0.083362	-2.555597	0.0107
MA(8)	0.524989	0.144471	3.633866	0.0003
MA(9)	-0.133719	0.038281	-3.493098	0.0005
R-squared	0.006321	Mean dependent var	6.23E-05	
Adjusted R-squared	0.003905	S.D. dependent var	0.002791	
S.E. of regression	0.002786	Akaike info criterion	-8.925727	
Sum squared resid	0.022345	Schwarz criterion	-8.909190	
Log likelihood	12892.29	Durbin-Watson stat	1.990115	
Inverted AR Roots	.78+.35i .22 -.90+.35i	.78-.35i -.35-.78i	.37+.92i -.35+.78i	.37-.92i -.90-.35i
Inverted MA Roots	.78-.35i .26 -.91+.35i	.78+.35i -.36+.79i	.37+.93i -.36-.79i	.37-.93i -.91-.35i

Tabela 6-4 - Ajuste do modelo ARMA(9,9)

A Tabela 6-4 mostra que todos os 8 coeficientes apresentados são significativos a 5%. O R-squared está positivo e os critérios Akaike e Schwarz apresentam resultados satisfatórios, indicando que o modelo encontrado pode ser utilizado para explicar a cotação USD/EUR.

Comparando com a Tabela 6-3, observa-se que o coeficiente AR(9) neste caso é significativo enquanto no modelo anterior não era (a prob era de 20,2%). Isto prova a explicação dada anteriormente que devemos encontrar um conjunto de coeficientes que se adapta ao modelo analisado.

Portanto, o modelo que explica a cotação é dado por:

$$X_t = -0.333744X_{t-3} + 0.209879X_{t-5} - 0.502631X_{t-8} + 0.109163X_{t-9} + 0.326321\varepsilon_{t-3} - 0.213040\varepsilon_{t-5} \\ + 0.524989\varepsilon_{t-8} - 0.133719\varepsilon_{t-9} + \varepsilon_t$$

6.7. Diagnóstico do modelo

O diagnóstico visa comprovar se o modelo encontrado pode ser utilizado ou não. Para isso, devemos analisar os resíduos gerados ao se construir o modelo. O EViews ao criar um modelo de acordo com as defasagens pedidas também cria uma série de resíduos, seu correlograma, a f.a.c. e a f.a.c.p.

O correlograma dos resíduos é mostrado na Figura 6-8.

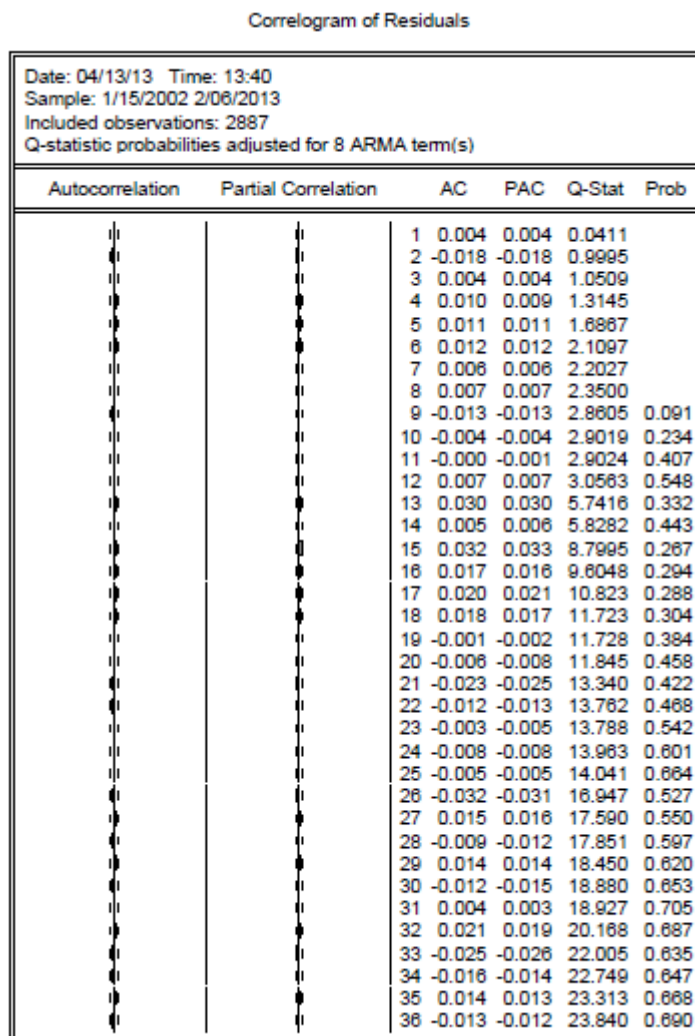


Figura 6-8 - Correlograma dos resíduos para o modelo ARMA(9,9) ajustado

Pelo teste Box-Pierce-Ljung apresentado no correlograma, verifica-se que a hipótese nula de ausência de correlação pode ser aceita. O menor valor é de 9,1%, maior do que 5% requisitado. Assim, este teste mostra que o modelo pode ser utilizado.

Outro modo de testar a adaptação do modelo à série original é a análise dos gráficos da f.a.c. e da f.a.c.p.:

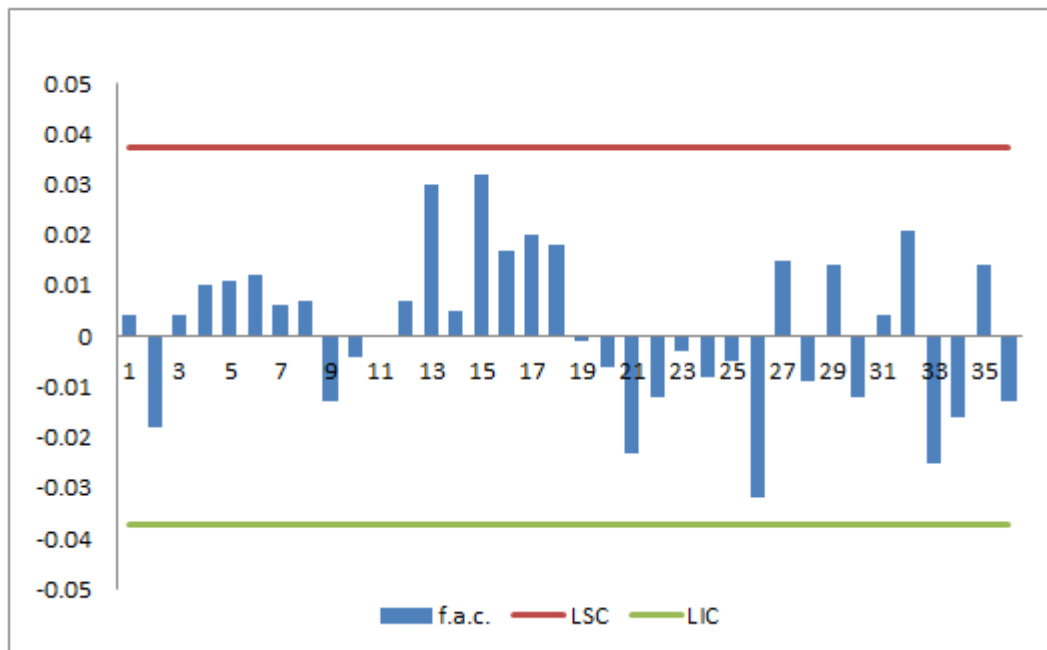


Figura 6-9 - f.a.c. dos resíduos para o modelo ARMA(9,9) ajustado

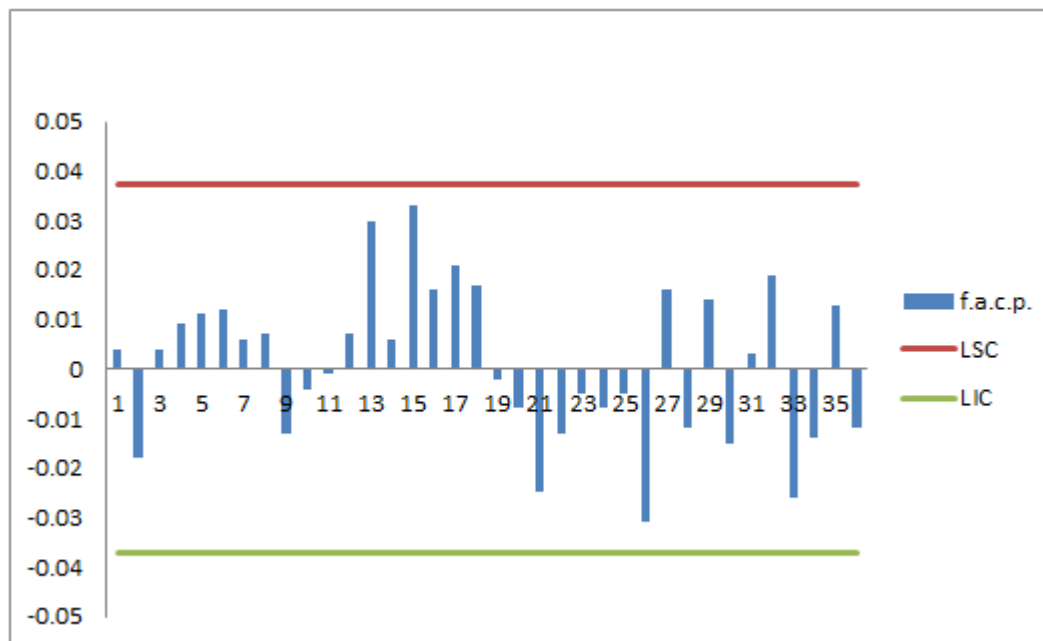


Figura 6-10 - f.a.c.p. dos resíduos para o modelo ARMA(9,9) ajustado

Pelas Figuras 6-9 e 6-10 pode-se ver que em todas as defasagens, as correlações estão dentro dos limites de controle, comprovando que o processo está sob controle, ou seja, que não existe correlação significativa e o modelo pode ser aceito.

6.8. Análise da heterocedasticidade dos resíduos quadrados

A fim de identificar o melhor modelo GARCH que represente a volatilidade, pode-se analisar os resíduos quadrados gerados ao se criar o modelo mostrado na seção 6.6. Para isso, os mesmos passos utilizados anteriormente são repetidos (teste Box-Pierce-Ljung, f.a.c. e f.a.c.p.).

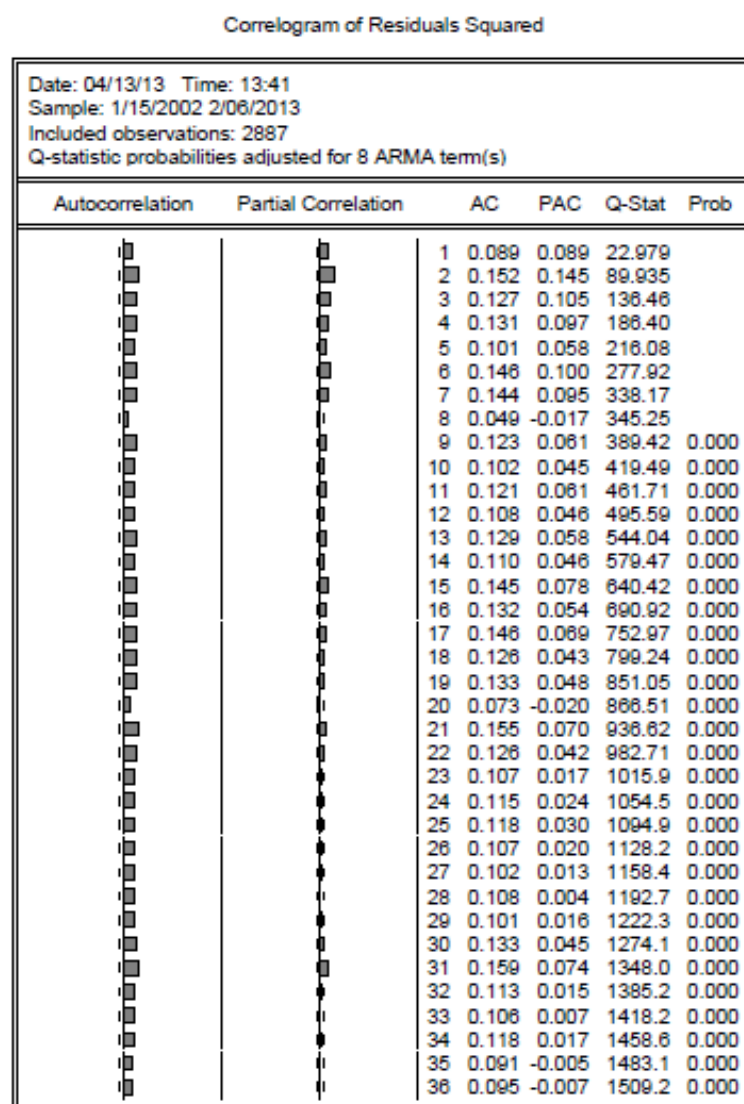


Figura 6-11 - Correlograma dos resíduos quadrados para o modelo ARMA(9,9) ajustado

A Tabela 6-11 mostra que o teste Box-Pierce-Ljung rejeitou a hipótese nula de ausência de correlação em todas as defasagens (todas as probabilidades estão próximas de zero). Isto mostra que há a presença de heterocedasticidade nos resíduos quadrados.

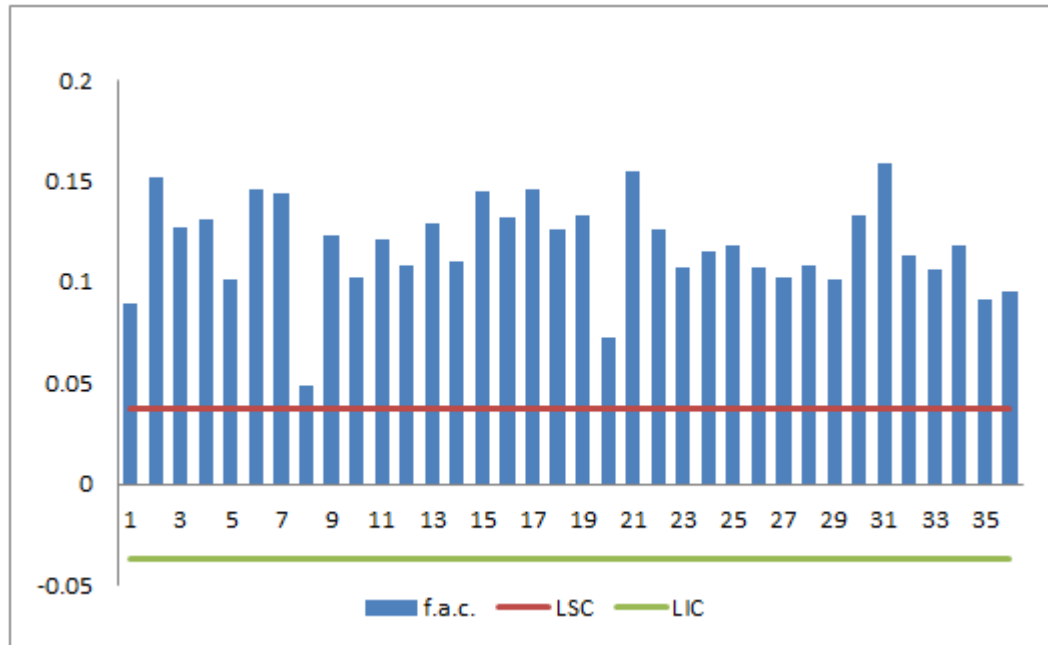


Figura 6-12 - f.a.c. dos resíduos quadrados para o modelo ARMA(9,9) ajustado

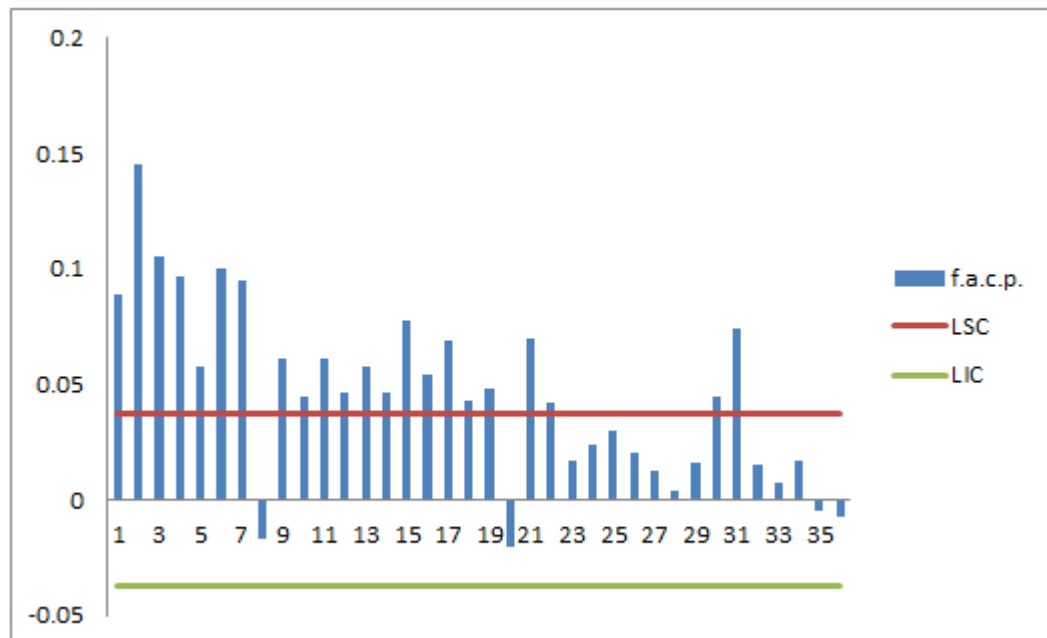


Figura 6-13 - f.a.c.p. dos resíduos quadrados para o modelo ARMA(9,9) ajustado

Os gráficos da f.a.c. e da f.a.c.p. mostrados nas Figuras 6-12 e 6-13 também indicam que há heterocedasticidade nos resíduos quadrados. Pela f.a.c. se observa que em todas as defasagens existe correlação. Pela f.a.c.p. não são em todas, mas mesmo assim não temos um padrão definido e com isto não podemos garantir qual será o modelo GARCH a ser utilizado. Provavelmente vários modelos terão que ser feitos por tentativa e erro até que o modelo obtido seja satisfatório diante das estatísticas analisadas.

6.9. Modelos para a volatilidade

Nesta seção serão estimados os modelos para a volatilidade (ARCH, GARCH e EGARCH) para depois analisar qual deles é o melhor para monitorar a volatilidade da série USD/EUR.

Os modelos serão estimados com base no modelo encontrado anteriormente na seção 6.6:

$$X_t = -0.333744X_{t-3} + 0.209879X_{t-5} - 0.502631X_{t-8} + 0.109163X_{t-9} + 0.326321\varepsilon_{t-3} - 0.213040\varepsilon_{t-5} \\ + 0.524989\varepsilon_{t-8} - 0.133719\varepsilon_{t-9} + \varepsilon_t$$

Para a classe de modelos GARCH(p,q), o primeiro a ser testado é o modelo (1,1) com este modelo de médias:

Dependent Variable: LOGEURO Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution Date: 04/14/13 Time: 16:17 Sample (adjusted): 1/15/2002 2/06/2013 Included observations: 2887 after adjustments Convergence achieved after 29 iterations MA backcast: 1/02/2002 1/14/2002, Variance backcast: ON GARCH = C(9) + C(10)*RESID(-1)^2 + C(11)*GARCH(-1)				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(3)	0.014980	0.034855	0.429779	0.6674
AR(5)	0.209383	0.035703	5.864545	0.0000
AR(8)	-0.126123	0.040752	-3.094902	0.0020
AR(9)	-0.806046	0.027292	-29.53433	0.0000
MA(3)	-0.013527	0.036314	-0.372493	0.7095
MA(5)	-0.216698	0.037004	-5.856004	0.0000
MA(8)	0.135034	0.041948	3.219081	0.0013
MA(9)	0.796217	0.028000	28.43608	0.0000
Variance Equation				
C	2.93E-08	1.23E-08	2.381356	0.0172
RESID(-1)^2	0.033790	0.004944	6.833998	0.0000
GARCH(-1)	0.962611	0.005372	179.1993	0.0000
R-squared	0.006360	Mean dependent var	6.23E-05	
Adjusted R-squared	0.002905	S.D. dependent var	0.002791	
S.E. of regression	0.002787	Akaike info criterion	-9.050865	
Sum squared resid	0.022344	Schwarz criterion	-9.028125	
Log likelihood	13075.92	Durbin-Watson stat	1.996458	
Inverted AR Roots	.93-.32i -.17+.94i -.93	.93+.32i -.17-.94i	.47+.88i -.77+.62i	.47-.88i -.77-.62i
Inverted MA Roots	.93-.32i -.17+.94i -.93	.93+.32i -.17-.94i	.47+.88i -.77-.62i	.47-.88i -.77+.62i

Tabela 6-5 - Modelagem GARCH(1,1)

Observe na Tabela 6-5 que os coeficientes AR(3) e MA(3) do modelo das médias não são significativos. Assim, eles foram excluídos:

Dependent Variable: LOGEURO Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution Date: 04/14/13 Time: 16:20 Sample (adjusted): 1/15/2002 2/06/2013 Included observations: 2887 after adjustments Convergence achieved after 21 iterations MA backcast: 1/02/2002 1/14/2002, Variance backcast: ON GARCH = C(7) + C(8)*RESID(-1)^2 + C(9)*GARCH(-1)				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(5)	0.209487	0.021117	9.920254	0.0000
AR(8)	-0.122471	0.016941	-7.229112	0.0000
AR(9)	-0.792666	0.011661	-67.97313	0.0000
MA(5)	-0.216364	0.019060	-11.35172	0.0000
MA(8)	0.133275	0.017855	7.464306	0.0000
MA(9)	0.783433	0.013508	57.99918	0.0000
Variance Equation				
C	2.97E-08	1.24E-08	2.392688	0.0167
RESID(-1)^2	0.034139	0.004989	6.843367	0.0000
GARCH(-1)	0.962221	0.005422	177.4577	0.0000
R-squared	0.006292	Mean dependent var	6.23E-05	
Adjusted R-squared	0.003530	S.D. dependent var	0.002791	
S.E. of regression	0.002786	Akaike info criterion	-9.052254	
Sum squared resid	0.022345	Schwarz criterion	-9.033650	
Log likelihood	13075.93	Durbin-Watson stat	1.996389	
Inverted AR Roots	.93-.32i -.17+.94i -.93	.93+.32i -.17-.94i -.93	.47+.88i -.77-.62i -.77+.62i	.47-.88i -.77+.62i -.77-.62i
Inverted MA Roots	.93-.32i -.17+.93i -.93	.93+.32i -.17-.93i -.93	.47+.88i -.77-.62i -.77+.62i	.47-.88i -.77+.62i -.77-.62i

Tabela 6-6 - Modelagem GARCH(1,1) após ajuste

A Tabela 6-6 mostra que todos os coeficientes AR e MA são significativos e que os coeficientes RESID e GARCH da equação de variância também são. Escolhido o modelo, deve-se verificar se a heterocedasticidade foi eliminada através do correlograma dos resíduos quadrados:

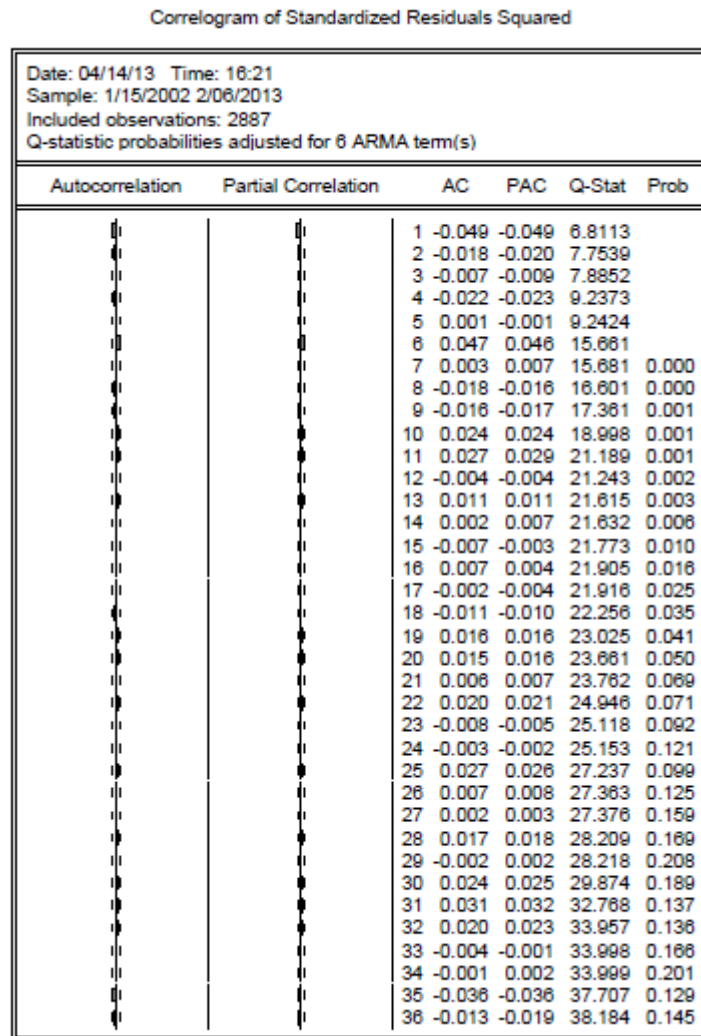


Figura 6-14 - Correlograma dos resíduos para o modelo GARCH(1,1)

O correlograma da Figura 6-14 mostra que ainda existe heterocedasticidade porque em muitas das defasagens a Prob é menor do que 5%, ou seja, não podemos afirmar com 5% de certeza que a heterocedasticidade foi eliminada. Na verdade, para todas as combinações possíveis de coeficientes, não existe um modelo GARCH(1,1) que represente bem a volatilidade.

A solução então é tentar um GARCH de ordem maior para ver se existe a possibilidade de melhorar o modelo. Tentaremos então um modelo GARCH(1,2) partindo da equação original da cotação:

Dependent Variable: LOGEURO Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution Date: 04/14/13 Time: 16:33 Sample (adjusted): 1/15/2002 2/06/2013 Included observations: 2887 after adjustments Convergence achieved after 9 iterations MA backcast: 1/02/2002 1/14/2002, Variance backcast: ON GARCH = C(9) + C(10)*RESID(-1)^2 + C(11)*GARCH(-1) + C(12)*GARCH(-2)				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(3)	-0.212186	0.206325	-1.028406	0.3038
AR(5)	0.135371	0.212688	0.636478	0.5245
AR(8)	-0.067054	0.221329	-0.302961	0.7619
AR(9)	-0.477257	0.122924	-3.882546	0.0001
MA(3)	0.205581	0.210499	0.976638	0.3287
MA(5)	-0.121118	0.216376	-0.559759	0.5756
MA(8)	0.083359	0.222750	0.374229	0.7082
MA(9)	0.445256	0.124708	3.570389	0.0004
Variance Equation				
C	1.69E-08	1.32E-08	1.278260	0.2012
RESID(-1)^2	0.020157	0.014127	1.426838	0.1536
GARCH(-1)	1.373771	0.445460	3.083935	0.0020
GARCH(-2)	-0.395917	0.430426	-0.919824	0.3577
R-squared	0.002776	Mean dependent var	6.23E-05	
Adjusted R-squared	-0.001039	S.D. dependent var	0.002791	
S.E. of regression	0.002793	Akaike info criterion	-9.046054	
Sum squared resid	0.022424	Schwarz criterion	-9.021247	
Log likelihood	13069.98	Durbin-Watson stat	1.993092	
Inverted AR Roots	.86+.32i -.13-.88i -.91	.86-.32i -.13+.88i	.46-.85i -.73+.56i	.46+.85i -.73-.56i
Inverted MA Roots	.85-.32i -.14-.87i -.90	.85+.32i -.14+.87i	.46-.85i -.72-.55i	.46+.85i -.72+.55i

Tabela 6-7 - Modelagem GARCH(1,2)

A Tabela 6-7 mostra que os coeficientes AR(9) e MA(9) são muito significativos, enquanto os outros coeficientes são pouco significativos. Assim, podemos tentar modelar um GARCH(1,2) usando somente estes componentes:

Dependent Variable: LOGEURO Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution Date: 04/13/13 Time: 13:22 Sample (adjusted): 1/15/2002 2/06/2013 Included observations: 2887 after adjustments Convergence achieved after 10 iterations MA backcast: 1/02/2002 1/14/2002, Variance backcast: ON GARCH = C(4) + C(5)*RESID(-1)^2 + C(6)*GARCH(-1) + C(7) *GARCH(-2)				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000105	4.26E-05	2.456190	0.0140
AR(9)	-0.485384	0.117652	-4.125602	0.0000
MA(9)	0.456487	0.120318	3.793990	0.0001
Variance Equation				
C	8.03E-09	2.61E-09	3.077699	0.0021
RESID(-1)^2	0.008770	0.000784	11.19337	0.0000
GARCH(-1)	1.796970	0.019998	89.85753	0.0000
GARCH(-2)	-0.806826	0.020195	-39.95218	0.0000
R-squared	0.002787	Mean dependent var	6.23E-05	
Adjusted R-squared	0.000709	S.D. dependent var	0.002791	
S.E. of regression	0.002790	Akaike info criterion	-9.053882	
Sum squared resid	0.022424	Schwarz criterion	-9.039411	
Log likelihood	13076.28	F-statistic	1.341355	
Durbin-Watson stat	1.993827	Prob(F-statistic)	0.235007	
Inverted AR Roots	.87+.32i -.16+.91i -.92	.87-.32i -.16-.91i	.46+.80i -.71-.59i	.46-.80i -.71+.59i
Inverted MA Roots	.86-.31i -.16-.90i -.92	.86+.31i -.16+.90i	.46-.79i -.70+.59i	.46+.79i -.70-.59i

Tabela 6-8 - Modelagem GARCH(1,2) após ajustes

De acordo com a Tabela 6-8, os coeficientes AR(9) e MA(9) são significativos, assim como os coeficientes RESID(-1)^2, GARCH(-1) e GARCH(-2). Além disso, o R-squared apresenta um valor positivo e seu valor em torno de 0.002 mostra que o modelo representa a volatilidade de modo satisfatório. Cabe analisar agora o correlograma para ver se realmente o modelo apresentado pode ser aceito.

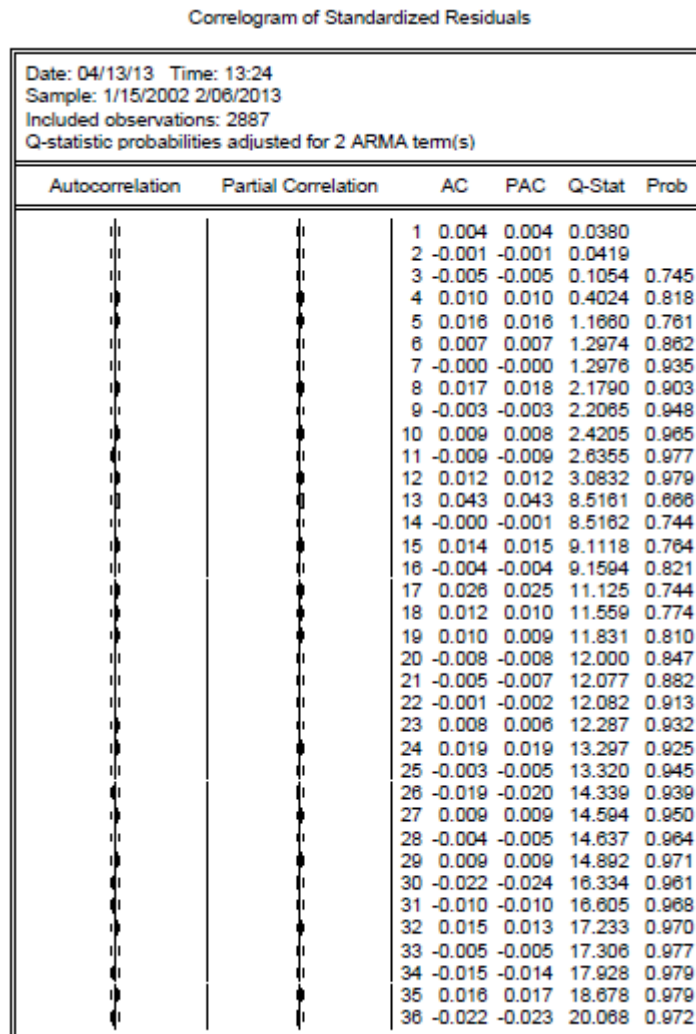


Figura 6-15 - Correlograma dos resíduos para o modelo GARCH(1,2)

O correlograma na Figura 6-15 mostra que pelo teste Box-Pierce-Ljung pode-se afirmar que a heterocedasticidade foi eliminada dos resíduos com nível de confiança de 5%. Analisa-se também os resíduos quadrados:

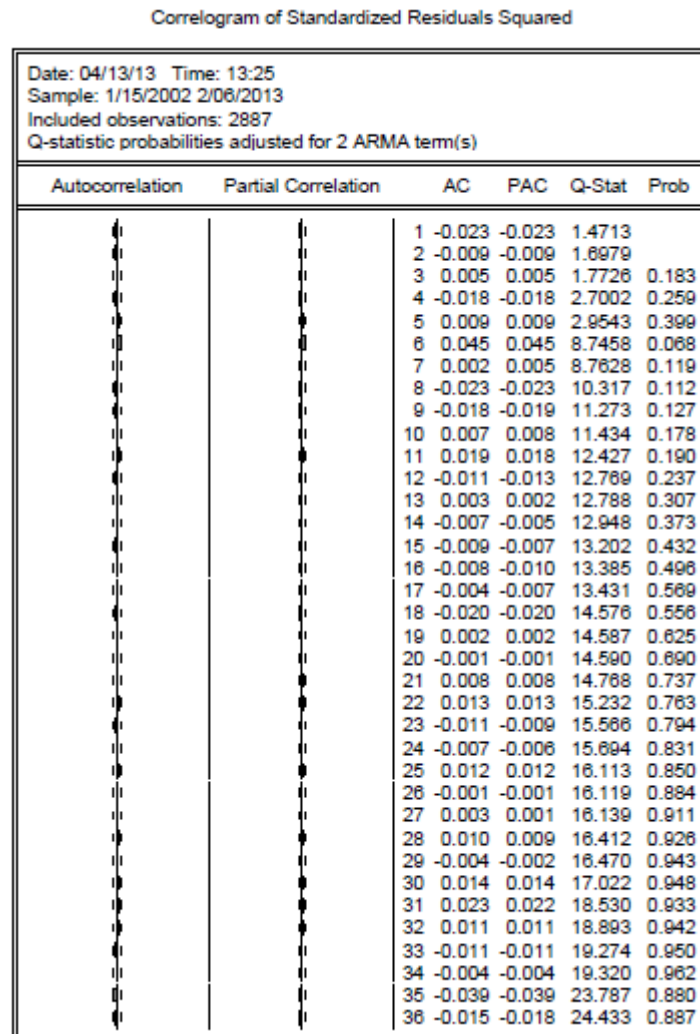


Figura 6-16 - Correlograma dos resíduos quadrados para o modelo GARCH(1,2)

O teste Box-Pierce-Ljung para os resíduos quadrados também mostra que a heterocedasticidade foi eliminada do modelo GARCH(1,2) proposto. Portanto, o modelo proposto na tabela 6-16 pode ser utilizado para representar a volatilidade do modelo de cotação.

A equação da volatilidade GARCH(1,2) fica então escrita por:

$$b_t = \varepsilon_t * \sqrt{h_t}, \text{ onde } \varepsilon_t \text{ é um ruído branco } N(0,1).$$

$$h_t = 8,03 \cdot 10^{-9} + 0,00877 \cdot (b_{t-1}^2) + 1,79697 \cdot h_{t-1} - 0.806826 \cdot h_{t-2}$$

A partir de vários testes no EViews com a série de retornos utilizando os mesmos procedimentos usados para o GARCH(1,2), outros modelos possíveis encontrados foram:

ARCH(9), GARCH(3,1) e EGARCH(1,2), cujos correlogramas e funções f.a.c. e f.a.c.p. são mostrados em anexo.

Para o ARCH(9), as equações encontradas foram:

$$b_t = \varepsilon_t * \sqrt{h_t}, \text{ com } \varepsilon_t \text{ um ruído branco } N(0,1).$$

$$\begin{aligned} h_t = & 3,34*10^{-6} * 0.009515 *(b_{t-1}^2) + 0.041286 *(b_{t-2}^2) + 0.078323 *(b_{t-3}^2) \\ & + 0.059942 *(b_{t-4}^2) + 0.076676 *(b_{t-5}^2) + 0.127532 *(b_{t-6}^2) + 0.087454 *(b_{t-7}^2) + \\ & 0.051725 *(b_{t-8}^2) + 0.040260 *(b_{t-9}^2) \end{aligned}$$

Para o GARCH(3,1):

$$b_t = \varepsilon_t * \sqrt{h_t}, \text{ com } \varepsilon_t \text{ um ruído branco } N(0,1).$$

$$\begin{aligned} h_t = & 3.61*10^{-9} - 0.012891 *(b_{t-1}^2) + 0.018650 *(b_{t-2}^2) + 0.036066 *(b_{t-3}^2) \\ & + 0.953960 *h_{t-1} \end{aligned}$$

Para o EGARCH(1,2):

$$b_t = \varepsilon_t * \sqrt{h_t}, \text{ com } \varepsilon_t \text{ um ruído branco } N(0,1).$$

$$\begin{aligned} \ln(h_t) = & -0.048136 + 1.635379*\ln(h_{t-1}) - 0.637521*\ln(h_{t-2}) + 0.029165* \left| \frac{b_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| - \\ & 0.000914*\frac{b_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \end{aligned}$$

6.10. Construção de gráficos de controle para a volatilidade

Para monitorar a volatilidade, serão utilizados os gráficos de controle. A primeira etapa é encontrar os limites de controle inferior e superior. Neste caso, a volatilidade é por definição sempre positiva, sendo necessário somente um limite de controle superior. Os limites serão encontrados de modo que o ARL simulado seja aproximadamente 100. (ver Figuras 5-1, 5-2 e 5-3 para o procedimento computacional utilizado).

A Tabela 6-9 mostra os limites encontrados para os quatro modelos propostos de volatilidade, assim como o ARL_1 encontrado:

	GARCH(1,2)	GARCH(3,1)	ARCH(9)	EGARCH(1,2)
ARL	99.93	100.90	100.91	99.60
Lcontrole	7.37E-06	9.15E-06	1.41E-05	1.36E-05

Tabela 6-9 - Limite de controle e ARL_1 dos modelos de volatilidade

Assim, após 20.000 simulações para cada um dos modelos, foram encontrados os ARL_1 s e os limites de controle mostrados na Tabela 6-9. Percebe-se que os ARL_1 s não são exatamente de 100 como proposto na metodologia. Na verdade, isto é difícil de se obter e depende muito dos números aleatórios criados para o teste. Portanto, foi considerado válido um ARL_1 entre 99 e 101 para aceitar os limites de controle.

Para entender também como as simulações ocorreram e para ver se não existe algo nos resultados que diverge do que a teoria aponta como esperado, a distribuição das amostras criadas aleatoriamente deve ser analisada. Os resultados são mostrados nas Figuras 6-17 a 6-20:

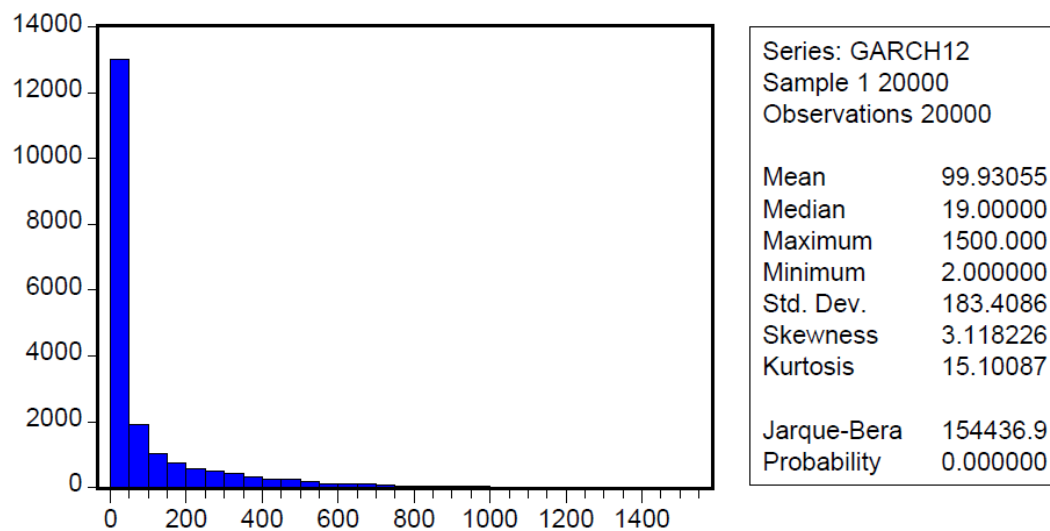


Figura 6-17 - distribuição empírica do run length para o modelo GARCH(1,2)

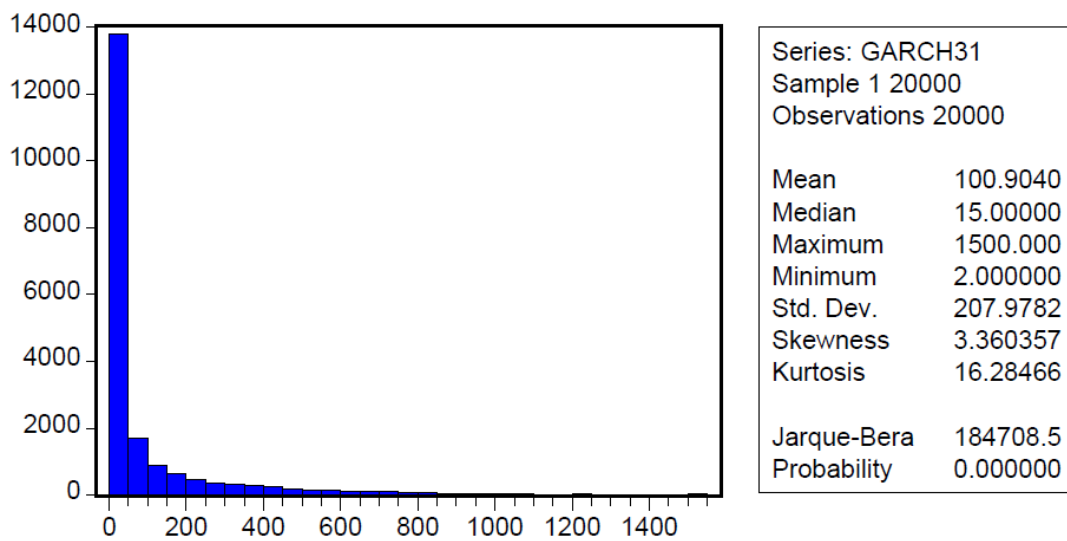


Figura 6-18 - distribuição empírica do run length para o modelo GARCH(3,1)

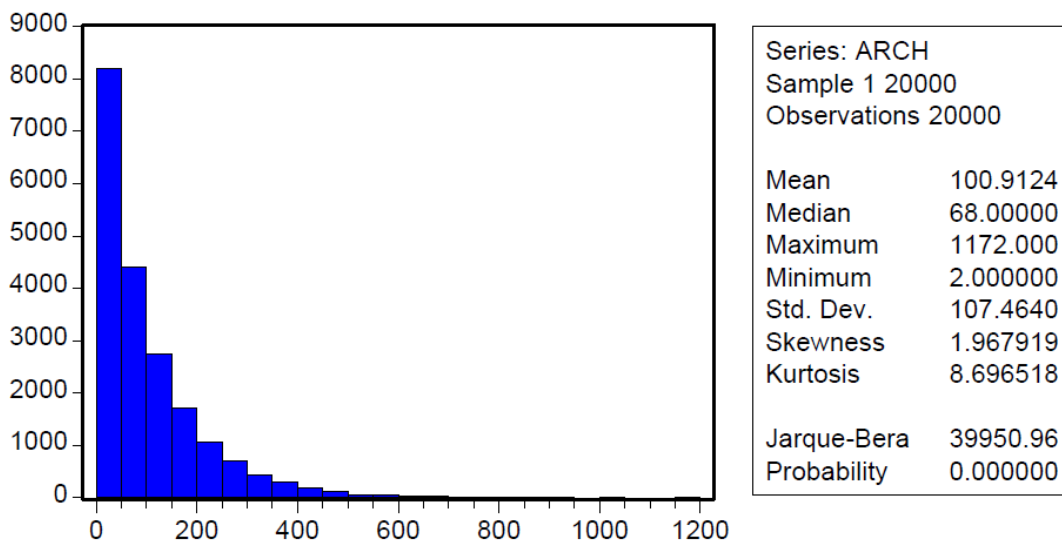


Figura 6-19 - distribuição empírica do run length para o modelo ARCH(9)

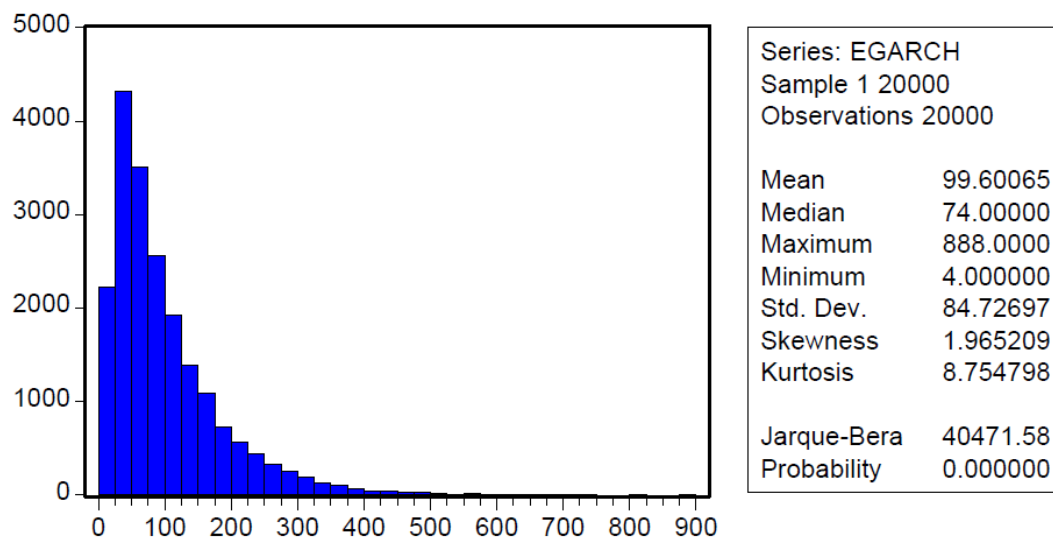


Figura 6-20 - distribuição empírica do run length para o modelo EGARCH(1,2)

Para explicar melhor o que cada gráfico indica, considere o exemplo GARH(1,2) na Figura 5-17. O histograma mostra no eixo X quantas amostras foram necessárias para que a simulação em questão superasse o limite de controle proposto (no total foram feitas 20.000 simulações) e no eixo Y quantas vezes foram observadas um x de tal magnitude. Para um x entre 50 e 100, por exemplo, o total observado foi de cerca de 2000 vezes.

Depois das 20.000 simulações, chega-se ao resultado de um ARL_1 de 99.93, indicando que é esperada a superação do limite de controle após 99.93 amostras.

Para os quatro gráficos em questão, percebe-se que todos obedecem a uma distribuição assimétrica que tende a ter maior concentração no início da distribuição (o que é esperado pela teoria). Para os modelos GARCH, esta concentração é ainda mais evidente a ponto de que a mediana seja menor do que 20. Já para os modelos ARCH e o EGARCH, uma mediana bem maior indica que a concentração no início da distribuição ainda existe, mas é menor do que nos modelos GARCH.

6.11. Comparação dos modelos de volatilidade

Para comparar qual dos modelos estimados é o mais indicado para a série analisada, deve-se realizar alguns testes modificando a volatilidade e ver qual modelo responde de forma mais eficiente na identificação desta mudança.

No teste proposto, os limites de controle propostos anteriormente permanecem inalterados. O que muda é a distribuição dos números aleatórios criados, que passam a ser do tipo $\varepsilon \sim N(0, \Delta)$, ou seja, um número aleatório que tenha distribuição normal de média 0 e variância Δ .

Após 20.000 simulações para cada ε em cada um dos quatro modelos, chega-se aos ARL_{1s} mostrados na Tabela 6-10.

Δ	EGARCH(1,2)	GARCH(1,2)	GARCH(3,1)	ARCH(9)
1	100	100	100	100
1.05	90.89666	61.80521	56.48978	77.00913
1.15	72.41063	30.70346	27.63932	50.3409
1.25	52.86381	20.40418	17.69807	36.42798
1.4	37.74305	13.62972	11.98805	25.36293
1.55	27.96874	10.54492	9.074296	19.30793
1.7	22.78113	8.637768	7.527874	15.46698
1.85	19.86001	7.573171	6.627619	13.15569
2	17.23108	6.682616	5.845758	11.23214
2.25	14.51305	5.734463	5.163292	9.39538
2.5	12.68576	5.143393	4.642368	8.067647
3	10.43643	4.39983	3.99935	6.536723

Tabela 6-10 - Eficiência de cada modelo na detecção do aumento de volatilidade

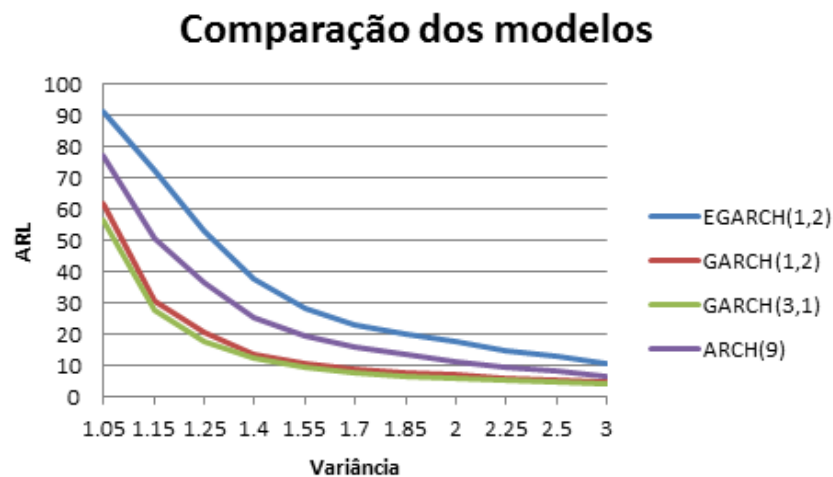


Figura 6-21 - Comparação dos modelos de volatilidade

A Figura 6-21 mostra que os modelos GARCH são mais eficientes que o ARCH e o EGARCH para a série analisada, pois identificam mais rapidamente a mudança da volatilidade. Entre os dois gráficos GARCH, o (3,1) ainda é mais eficiente para todas as mudanças de volatilidade testadas (ver Tabela 6-10).

Resumindo, dos quatro modelos testados, o melhor é o GARCH(3,1).

Como fator relevante, pode-se apontar que o modelo GARCH(3,1) foi exatamente o modelo que teve o menor valor para a mediana. Na verdade, as medianas (apontadas nas figuras 6-17 a 6-20) são de tal forma que: $EGARCH(1,2) > ARCH(9) > GARCH(1,2) > GARCH(3,1)$ e ao mesmo tempo a Figura 6-21 aponta que a ordem de preferência dos modelos é GARCH(3,1), GARCH(1,2), ARCH(9) e EGARCH(1,2), ou seja, inversamente ao valor da mediana. Isto é interessante e abre a possibilidade de realização de trabalhos futuros para testar a idéia de que a mediana possa ser um melhor indicador do que a média para a construção dos modelos.

6.12. Adequação dos modelos à série histórica

Após os diversos testes estatísticos que comprovam a validade dos modelos e de testes que indicam quais são melhores para determinada série, deve-se testar também a adequação

do modelo à série histórica que foi o ponto inicial para sua construção. Caso o modelo não se ajuste bem à realidade, este deve ser refeito.

Para cada um dos modelos, o software EViews gera os resíduos e com estes, a volatilidade pode ser construída e controlada. Os limites de controle utilizados na série histórica para os quatro modelos analisados são mostrados nas Figuras 6-22, 6-23, 6-24 e 6-25.

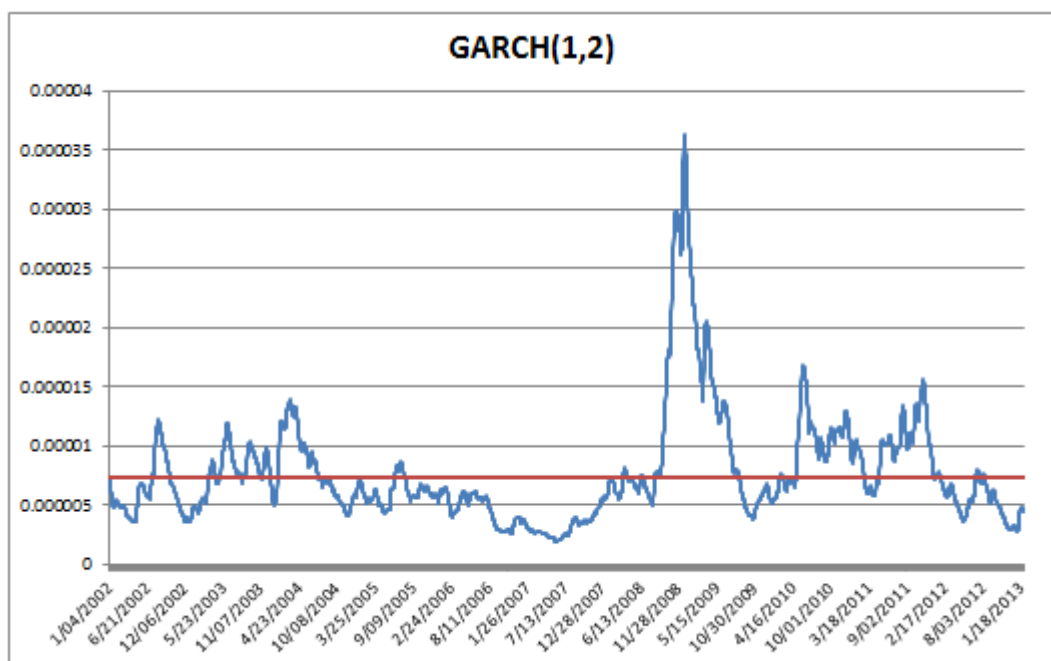


Figura 6-22 - adequação do modelo GARCH(1,2) à série histórica

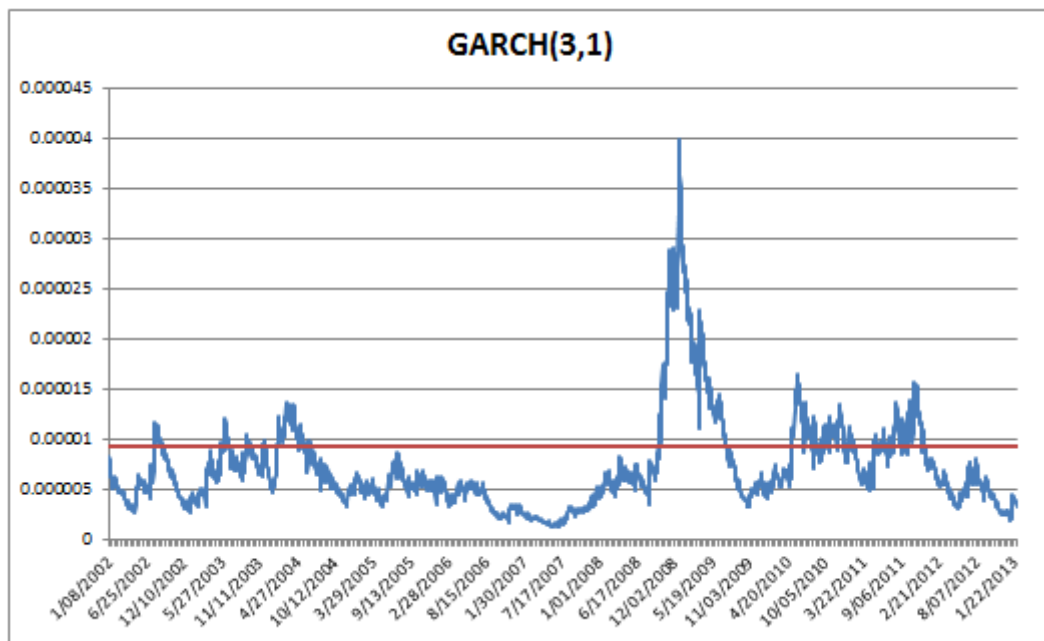


Figura 6-23 - adequação do modelo GARCH(3,1) à série histórica

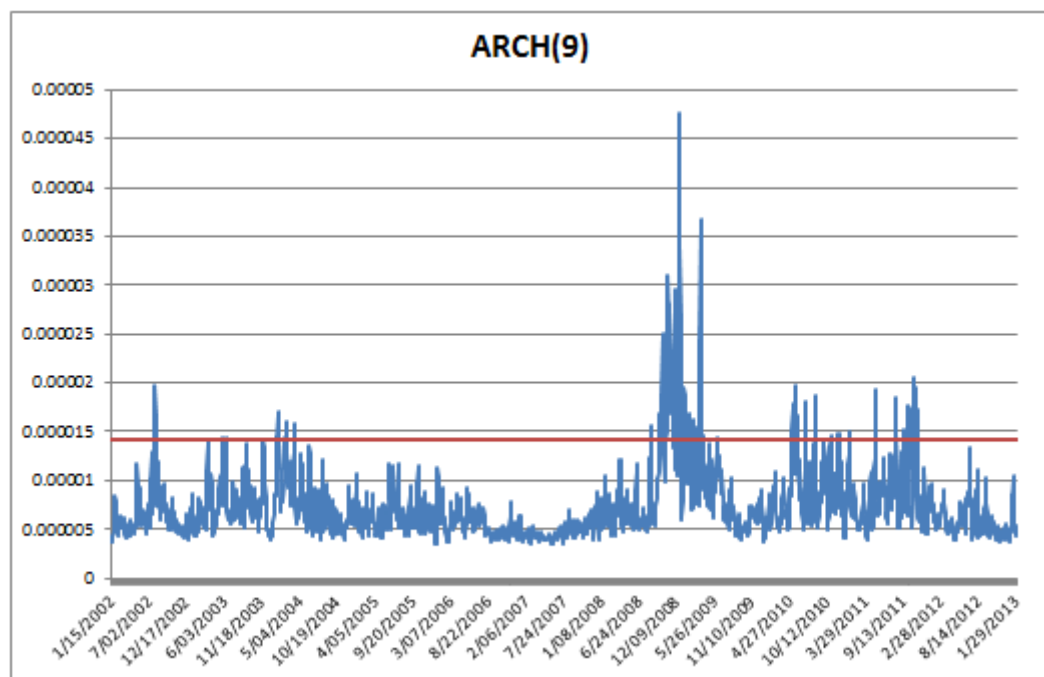


Figura 6-24 - adequação do modelo ARCH(9) à série histórica

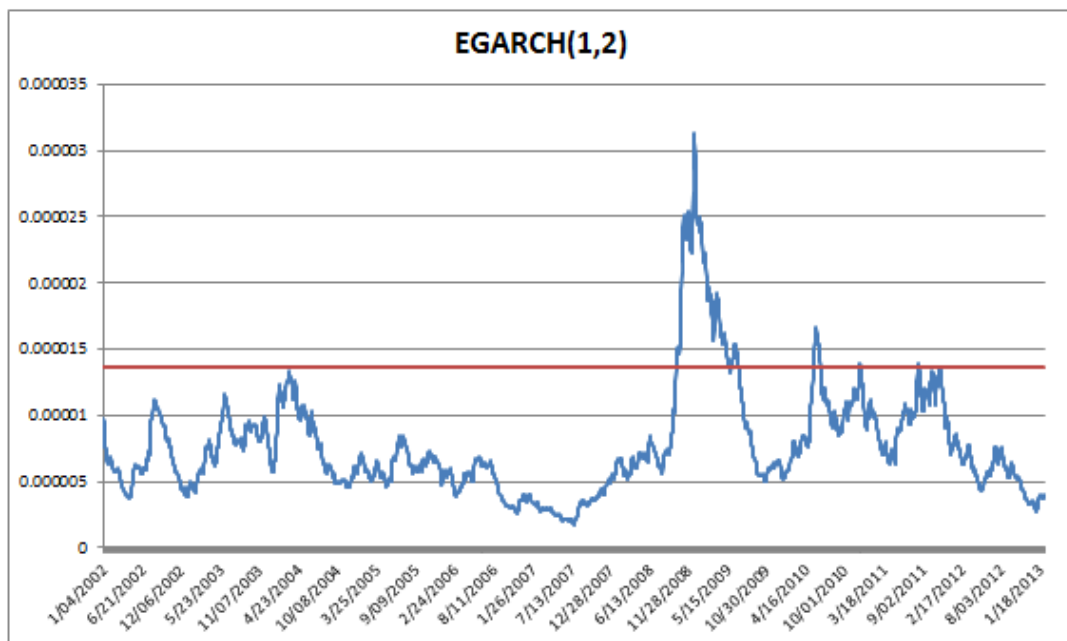


Figura 6-25 - adequação do modelo EGARCH(1,2) à série histórica

Das Figuras 6-22 a 6-25, percebe-se que as séries históricas dos resíduos apresentam distribuições muito semelhantes entre si. O que mais se modifica é a altura do limite de controle. Esta altura determina quantos pontos são considerados dentro ou fora do limite de controle. Visualizando rapidamente, percebe-se que o modelo GARCH(1,2) apresenta vários pontos acima do limite, enquanto o EGARCH(1,2) apresenta uma quantidade mais reduzida.

Para ser mais eficiente na análise, pode-se contar o número de pontos que ficaram acima do limite de controle, sendo um total de 2896 observações históricas. A tabela 6-11 mostra o número de pontos acima para cada um dos quatro modelos propostos:

	Número de Pontos > LC
GARCH(1,2)	1084
GARCH(3,1)	663
ARCH(9)	143
EGARCH(1,2)	220

Tabela 6-11 - Número de pontos acima do LC para cada um dos modelos

Dos modelos, o GARCH(1,2) foi o mais rigoroso tendo considerado 1084 pontos acima do limite. Outra possibilidade para explicar o número alto de pontos acima do limite é a de que possa ter havido vários falsos alarmes para este modelo. Já o ARCH(9) foi o mais brando com 143 pontos. Outra coisa importante a se notar é que o modelo apontado como melhor nas análises é o GARCH(3,1) que está em uma posição intermediária entre o mais brando e o mais rigoroso. Talvez por esta posição mais intermediária é que ele consiga detectar pontos que realmente possam ser considerados fora de controle.

Considerando uma análise mais econômica, os quatro modelos apontam que a volatilidade foi maior da metade do ano 2008 até metade do ano 2009 devido à crise econômica norte-americana. Depois de 2010 a 2012 a volatilidade volta a crescer devido às incertezas na União Européia, com risco de default soberano de vários países, tais como: Irlanda, Grécia, Portugal, e até de grande economias como Espanha e Itália. Atualmente, a volatilidade volta a cair porque existe menos preocupação em relação ao bloco europeu, embora o problema ainda não tenha sido descartado.

7. CONCLUSÃO

Neste capítulo serão apresentadas as conclusões sobre o trabalho, desde as idéias iniciais até os resultados obtidos, mostrando também as principais dificuldades encontradas e sugestões para trabalhos futuros.

Como idéia inicial, o aluno procurou algum tema referente ao mercado financeiro, mais precisamente sobre a cotação de moedas. Como sugestão, foi proposto pelo orientador a modelagem para a volatilidade da cotação dólar/euro. O objetivo passou então a ser o de modelar a série dólar/euro a fim de propor um método para controlar a volatilidade utilizando ferramentas estatísticas.

A utilização de ferramentas estatísticas para modelar a média e a volatilidade de uma série temporal não fazem parte do cronograma de graduação da engenharia de produção. No começo, por se tratar de algo totalmente novo e de envolver uma estatística mais avançada do que a utilizada no curso de graduação, houve uma enorme dificuldade para internalizar o tema de modo a começar a pensar sobre a modelagem em si. Foram necessárias várias semanas de pesquisa e estudo para começar a modelagem.

Passada a etapa de estudo, veio a modelagem estatística a ser feita no software EViews. Outro problema inicial foi o fato da não familiaridade com o software, mas este se provou de relativo fácil uso após algumas modelagens.

Através do EViews, o correlograma para a série de retornos dólar/euro com as funções f.a.c. e f.a.c.p. foi modelada, indicando a presença de uma significância alta de autocorrelação até a nona defasagem. Assim, o modelo para a média inicialmente desenvolvido foi do tipo ARMA(9,9). Este modelo apontou que alguns coeficientes não eram significativos, e através de tentativas e erros, o conjunto final de coeficientes que tornavam o modelo adequado foi os das seguintes defasagens: 3,5,8,9 (tanto para a parte AR quanto para a MA).

Após o modelo para a média indicar a não presença de autocorrelação serial para os resíduos e a presença de heterocedasticidade para os resíduos quadrados, a utilização de modelos do tipo ARCH para a modelagem da volatilidade foi liberada.

Através do EViews, os modelos para a volatilidade foram estimados. Estes modelos incluíam 4 tipos diferentes que o software apontou como relevantes: ARCH(9), GARCH(1,2), GARCH(3,1) e EGARCH(1,2). Testou-se também a validade dos modelos através de testes para a f.ac. e f.a.c.p. que apontaram a não presença de autocorrelação para os resíduos e a não presença de heterocedasticidade para os resíduos quadrados. Portanto, os quatro modelos poderiam ser utilizados na próxima etapa do trabalho que consistia na identificação de limites de controle para a utilização de gráficos de controle para a volatilidade.

A identificação dos limites de controle foi feita utilizando somente o excel e programação em VBA. Nesta parte não foram encontradas dificuldades referentes ao tema gráficos de controle pois o mesmo é tratado várias vezes durante o curso de graduação, tampouco dificuldades relativas ao uso de excel e VBA. As principais dificuldades nesta etapa foram a de entender como integrar os modelos de volatilidade e o método seis-sigma de modo eficiente, além de tentar diminuir o tempo gasto na modelagem, que foi grande.

Após várias modelagens para cada um dos quatro modelos para a volatilidade com diversos candidatos à limite de controle, os quatro limites foram encontrados de modo a refletir um ARL de 100, ou seja, que o aumento de volatilidade fosse descoberto em média após 100 amostras, ou no caso do mercado financeiro, após 100 dias úteis.

A próxima etapa consistia no estudo de desempenho de cada um dos 4 modelos através do aumento da volatilidade. Para isto, a variável aleatória ε teve o valor da sua variância modificado várias vezes, e o modelo GARCH(3,1) respondeu melhor a todas estas alterações e conseguiu identificar mais rapidamente o aumento de volatilidade. Portanto, dos modelos analisados, o GARCH(3,1) se revelou o melhor modelo para o controle da volatilidade da série dólar/euro.

Sobre as dificuldades encontradas, outra que merece a atenção foi a de escrever este trabalho de formatura, pois os estudantes normalmente não estão preparados para escrever trabalhos deste nível de modo adequado.

Sobre a proposta para trabalhos futuros, um dos resultados interessantes encontrados foi o de que os melhores modelos de volatilidade tinham a mediana menor para a distribuição das amostras analisadas. Assim, trabalhos futuros poderiam ser feitos no sentido de indicar se o valor da mediana mais baixo para as distribuições seria um modo mais eficiente de controle,

ou seja, ao invés de fixar um ARL de 100 como feito neste trabalho, colocar uma mediana de 30 para a distribuição das amostras em cada um dos modelos para descobrir os limites de controle e comparar os resultados com o método utilizado neste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BLACK, F. **Studies of stock market volatility changes**. Meeting of the American Statistical Association, Business and Economic Statistics Section, 177-181, 1976.
- BOLLERSLEV, T., **Generalised autoregressive conditional heteroskedasticity**, Journal of Econometrics, 31, 307-327, 1986.
- BOX, G.; COX, D.; **An analysis of transformations**. Journal of the Royal Statistical Society, Series B.26, 211-52, 1964.
- BOX, G. E. P., JENKINS, G. M., & REINSEL, G. C.. **Time series analysis: Forecasting and control**, Englewood Cliffs, Editora Prentice Hall, 1994.
- BOX, G. E. P.; PIERCE, D. A.. **Distribution of Residual Autocorrelations in Autoregressive-Integrated Moving Average Time Series Models**, Journal of the American Statistical Association, 64, 1509-1526, 1970.
- BRANDIMARTE, P.; **Financial Markets and Instruments - Part II: Modelling and decision making under uncertainty**. Apostila de mercado financeiro, Politecnico di Torino, Torino, 2011.
- COSTA NETO, P.L.O.; **Estatística**. Edirota Blucher, 2002.
- DICKEY, D.A.; FULLER, W.A.; **Likelihood ratio statistics for Autoregressive time series with a unit root**. Econometrica 49, 1057-72, 1981.
- DICKEY, D.A.; FULLER, W.A.; **Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root**, Journal of the American Statistical Association, 74, 427-431, 1979.
- DOS SANTOS, L.H.P.; **Uso de modelos autoregressivos e gráficos de controle para monitorar volatilidade de ativos financeiros**. Trabalho de Formatura, Escola Politécnica-USP, São Paulo, 2012.
- ENDERS, W.; **Applied Econometric Time Series**, Editora John Wiley & Sons, 1995.

ENGLE, R.F.; BOLLERSLEV, T.; **Modelling the Persistence of Conditional Variances**. Econometric Reviews 5 , 1-50, 1986.

ENGLE, R.F.; KROENER; **Multivariate simultaneous GARCH**. Econometric Theory, 122-150, 1995.

ENGLE, R.F.; KRAFT, D.; **Multiperiod forecast error variances of inflation based on the ARCH model**. Ed.A.Zellner. Applied Time Series Analysis od Economic Data, 293-302, 1983.

ENGLE, R.F.; PATTON, A.J.; **What good is a volatility model**. Quantitative Finance. 237-245, 2001.

ENGLE, R.F.; **ARCH Selected Readings - Advanced Texts in Econometrics**, Ed. Oxford University Press, 1995.

LJUNG, G. M. AND BOX, G. E. P.. **On a Measure of a Lack of Fit in Time Series Models**. Biometrika, 65, 297-303, 1978.

MIGON, H.; **Análise de séries temporais**; Apostila de séries temporais, UFRJ, Departamento de métodos estatísticos, 2007. Disponível em:
<http://www.scribd.com/doc/143301738/010-Analises-de-Series-Temporais>. Acesso em 25/05/2013

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros**, 5ª Edição, Rio de Janeiro, Editora LTC, 2012.

MONTGOMERY, D. **Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade**, 4ª Edição, Editora LTC, 2004.

MORETTIN, P.A., **Econometria financeira- Um curso em séries temporais financeiras**, 2ª Edição, Editora Blucher, 2011.

PHILLIPS, P.C.B; P. PERRON, **Testing for a Unit Root in Time Series Regression**, Biometrika, 75, 335-346, 1988.

VEIGA FILHO, A.L.; FERNANDES, C. A. C.; BAIDYA, T..**Medidas de Volatilidade para Opções**. XXV sbpo/sobrapo, 1993.

ANEXO A

Algoritmo para o modelo GARCH(1,2)

Sub garch12()

```

Dim i As Integer
Dim j As Integer
Dim x As Double
Dim h0 As Double
Dim Epsilon As Double
Dim r0 As Double
Dim t As Integer
Dim A0 As Double
Dim A1 As Double
Dim B0 As Double
Dim B1 As Double
Dim ht As Double
Dim h1 As Double
Dim h2 As Double
Dim R As Double
Dim r1 As Double
Dim ARL0 As Integer

```

```

i = 10
j = Cells(5, 2).Value

```

```

A0 = 8.03 * (10 ^ (-9))
A1 = 0.00877
B1 = 1.79697
B2 = -0.806826

```

```

Cells(3, 1) = Cells(1, 1)
Epsilon = Cells(2, 1).Value
h0 = A0 / (1 - A1 - B1 - B2)

```

```

r0 = Epsilon * (h0 ^ (0.5))
t = 0

```

```

h1 = h0
h2 = h0
r1 = r0
ARL0 = 0

```

```

Prec = Cells(9, j).Value

```

```

t = t + 1
Cells(3, 1) = Cells(1, 1)
Epsilon = Cells(2, 1).Value
ht = A0 + A1 * (r1 ^ 2) + B1 * h1 + B2 * h2
R = ht

```

```

r1 = Epsilon * (ht ^ (0.5))

```

```

h2 = h1
h1 = ht

```

```

'While j < 10
While Nsim <= 20000
While t <= 1500

```

```

t = t + 1
Cells(3, 1) = Cells(1, 1)
Epsilon = Cells(2, 1).Value
ht = A0 + A1 * (r1 ^ 2) + B1 * h1 + B2 * h2
R = ht
Cells(6, j).Value = ht

```

```

r1 = Epsilon * (ht ^ (0.5))

```

```

  If (R > Prec) Or (R < -Prec) Then
    ARLO = t
    Cells(i, j).Value = ARLO
    t = 1501

```

```

  End If

```

```

h2 = h1
h1 = ht

```

```

Wend

```

```

  If (ARLO = 0) Then
    Cells(i, j).Value = 1500
  End If

```

```

i = i + 1

```

```

Nsim = Nsim + 1

```

```

Cells(3, 1) = Cells(1, 1)
Epsilon = Cells(2, 1).Value
h0 = A0 / (1 - A1 - B1 - B2)

```

```

'h0 = 0

r0 = Epsilon * (ho ^ (0.5))
t = 0

h1 = h0
h2 = h0
r1 = r0
ARL0 = 0

Prec = Cells(9, j).Value

t = t + 1
Cells(3, 1) = Cells(1, 1)
Epsilon = Cells(2, 1).Value
ht = A0 + A1 * (r1 ^ 2) + B1 * h1 + B2 * h2
R = ht

r1 = Epsilon * (ht ^ (0.5))

h2 = h1
h1 = ht

Wend
'j = j + 1
'Nsim = 0
'i = 10
'Wend

End Sub

```

Algoritmo para o modelo GARCH(3,1)

```

Sub garch31()

Dim i As Integer
Dim j As Integer
Dim x As Double
Dim h0 As Double
Dim Epsilon As Double
Dim r0 As Double
Dim t As Integer
Dim A0 As Double
Dim A1 As Double
Dim B0 As Double
Dim B1 As Double

```

```

Dim ht As Double
Dim h1 As Double
Dim h2 As Double
Dim R As Double
Dim r1 As Double
Dim ARL0 As Integer

```

```

i = 10
j = Cells(5, 2).Value

```

```

A0 = 3.61 * (10 ^ (-8))
A1 = -0.012891
A2 = 0.01865
A3 = 0.036066
B1 = 0.95396

```

```

Cells(3, 1) = Cells(1, 1)
Epsilon = Cells(2, 1).Value
h0 = A0 / (1 - A1 - B1 - A2 - A3)

```

```

'h0 = 0
'escrever a formula geral de ho
r0 = Epsilon * (h0 ^ (0.5))
t = 0

```

```

h1 = h0
r1 = r0
r2 = r0
r3 = r0

```

```

ARL0 = 0

```

```

Prec = Cells(9, j).Value

```

```

t = t + 1
Cells(3, 1) = Cells(1, 1)
Epsilon = Cells(2, 1).Value
ht = A0 + A1 * (r1 ^ 2) + A2 * (r2 ^ 2) + A3 * (r3 ^ 2) + B1 * h1
R = ht

```

```

r1 = Epsilon * (ht ^ (0.5))

```

```

h1 = ht
r3 = r2
r2 = r1

```

```

'While j < 10
While Nsim <= 20000

```

While t <= 1500

t = t + 1

Cells(3, 1) = Cells(1, 1)

Epsilon = Cells(2, 1).Value

ht = A0 + A1 * (r1 ^ 2) + A2 * (r2 ^ 2) + A3 * (r3 ^ 2) + B1 * h1

R = ht

Cells(6, j).Value = ht

r1 = Epsilon * (ht ^ (0.5))

If (R > Prec) Or (R < -Prec) Then

ARL0 = t

Cells(i, j).Value = ARL0

t = 1501

End If

h1 = ht

r3 = r2

r2 = r1

Wend

If (ARL0 = 0) Then

Cells(i, j).Value = 1500

End If

i = i + 1

Nsim = Nsim + 1

Cells(3, 1) = Cells(1, 1)

Epsilon = Cells(2, 1).Value

h0 = A0 / (1 - A1 - B1 - A2 - A3)

'h0 = 0

'escrever a formula geral de ho

r0 = Epsilon * (h0 ^ (0.5))

t = 0

h1 = h0

r1 = r0

r2 = r0

r3 = r0

```
ARL0 = 0
```

```
Prec = Cells(9, j).Value
```

```
t = t + 1
```

```
Cells(3, 1) = Cells(1, 1)
```

```
Epsilon = Cells(2, 1).Value
```

```
ht = A0 + A1 * (r1 ^ 2) + A2 * (r2 ^ 2) + A3 * (r3 ^ 2) + B1 * h1
```

```
R = ht
```

```
r1 = Epsilon * (ht ^ (0.5))
```

```
h1 = ht
```

```
r3 = r2
```

```
r2 = r1
```

```
Wend
```

```
' j = j + 1
```

```
'Nsim = 0
```

```
'i = 10
```

```
'Wend
```

```
End Sub
```

Algoritmo para o modelo ARCH(9)

```
Sub arch9()
```

```
Dim i As Integer
```

```
Dim j As Integer
```

```
Dim x As Double
```

```
Dim h0 As Double
```

```
Dim Epsilon As Double
```

```
Dim r0 As Double
```

```
Dim t As Integer
```

```
Dim A0 As Double
```

```
Dim A1 As Double
```

```
Dim B0 As Double
```

```
Dim B1 As Double
```

```
Dim ht As Double
```

```
Dim h1 As Double
```

```
Dim h2 As Double
```

```
Dim R As Double
```

```
Dim r1 As Double
```

```
Dim ARL0 As Integer
```

```
i = 10
j = Cells(5, 2).Value
```

```
A0 = 3.34 * (10 ^ (-6))
A1 = 0.009515
A2 = 0.041286
A3 = 0.078323
A4 = 0.059942
A5 = 0.076676
A6 = 0.127532
A7 = 0.087454
A8 = 0.051725
A9 = 0.04026
```

```
Cells(3, 1) = Cells(1, 1)
Epsilon = Cells(2, 1).Value
h0 = A0 / (1 - A1 - A2 - A3 - A4 - A5 - A6 - A7 - A8 - A9)
'h0 = 0
'escrever a formula geral de ho
r0 = Epsilon * (h0 ^ (0.5))
t = 0
```

```
h1 = h0
r1 = r0
r2 = r0
r3 = r0
r4 = r0
r5 = r0
r6 = r0
r7 = r0
r8 = r0
r9 = r0
```

```
ARL0 = 0
```

```
Prec = Cells(9, j).Value
```

```
t = t + 1
Cells(3, 1) = Cells(1, 1)
Epsilon = Cells(2, 1).Value
ht = A0 + A1 * (r1 ^ 2) + A2 * (r2 ^ 2) + A3 * (r3 ^ 2) + A4 * (r4 ^ 2) + A5 * (r5 ^ 2) + A6 * (r6 ^ 2) + A7 *
(r7 ^ 2) + A8 * (r8 ^ 2) + A9 * (r9 ^ 2)
R = ht
```

```
r1 = Epsilon * (ht ^ (0.5))
```

```
h1 = ht
```

```

r9 = r8
r8 = r7
r7 = r6
r6 = r5
r5 = r4
r4 = r3
r3 = r2
r2 = r1

```

```

'While j < 10
While Nsim <= 20000
While t <= 1500

```

```

t = t + 1
Cells(3, 1) = Cells(1, 1)
Epsilon = Cells(2, 1).Value
ht = A0 + A1 * (r1 ^ 2) + A2 * (r2 ^ 2) + A3 * (r3 ^ 2) + A4 * (r4 ^ 2) + A5 * (r5 ^ 2) + A6 * (r6 ^ 2) + A7 *
(r7 ^ 2) + A8 * (r8 ^ 2) + A9 * (r9 ^ 2)
R = ht

```

```

Cells(6, j).Value = ht

```

```

r1 = Epsilon * (ht ^ (0.5))

```

```

  If (R > Prec) Or (R < -Prec) Then
    ARLO = t
    Cells(i, j).Value = ARLO
    t = 1501

```

```

  End If

```

```

h1 = ht
r9 = r8
r8 = r7
r7 = r6
r6 = r5
r5 = r4
r4 = r3
r3 = r2
r2 = r1

```

```

Cells(3, 10).Value = i

```

```

Wend

```

```

  If (ARLO = 0) Then
    Cells(i, j).Value = 1500
  End If

```

```
i = i + 1
```

```
Nsim = Nsim + 1
```

```
Cells(3, 1) = Cells(1, 1)
```

```
Epsilon = Cells(2, 1).Value
```

```
h0 = A0 / (1 - A1 - A2 - A3 - A4 - A5 - A6 - A7 - A8 - A9)
```

```
'h0 = 0
```

```
'escrever a formula geral de ho
```

```
r0 = Epsilon * (h0 ^ (0.5))
```

```
t = 0
```

```
h1 = h0
```

```
r1 = r0
```

```
r2 = r0
```

```
r3 = r0
```

```
r4 = r0
```

```
r5 = r0
```

```
r6 = r0
```

```
r7 = r0
```

```
r8 = r0
```

```
r9 = r0
```

```
ARL0 = 0
```

```
Prec = Cells(9, j).Value
```

```
t = t + 1
```

```
Cells(3, 1) = Cells(1, 1)
```

```
Epsilon = Cells(2, 1).Value
```

```
ht = A0 + A1 * (r1 ^ 2) + A2 * (r2 ^ 2) + A3 * (r3 ^ 2) + A4 * (r4 ^ 2) + A5 * (r5 ^ 2) + A6 * (r6 ^ 2) + A7 * (r7 ^ 2) + A8 * (r8 ^ 2) + A9 * (r9 ^ 2)
```

```
R = ht
```

```
r1 = Epsilon * (ht ^ (0.5))
```

```
h1 = ht
```

```
r9 = r8
```

```
r8 = r7
```

```
r7 = r6
```

```
r6 = r5
```

```
r5 = r4
```

```
r4 = r3
```

```
r3 = r2
```

```
r2 = r1
```

```
Wend
```

```
'j = j + 1
```

```
'Nsim = 0
```

```
'i = 10
```

```
'Wend
```

```
End Sub
```

Algoritmo para o modelo EGARCH(1,2)

```
Sub egarch12()
```

```
Dim i As Integer
```

```
Dim j As Integer
```

```
Dim x As Double
```

```
Dim h0 As Double
```

```
Dim Epsilon As Double
```

```
Dim r0 As Double
```

```
Dim t As Integer
```

```
Dim A0 As Double
```

```
Dim A1 As Double
```

```
Dim B0 As Double
```

```
Dim B1 As Double
```

```
Dim ht As Double
```

```
Dim h1 As Double
```

```
Dim h2 As Double
```

```
Dim R As Double
```

```
Dim r1 As Double
```

```
Dim ARLO As Integer
```

```
Dim media As Double
```

```
i = 10
```

```
j = Cells(5, 2).Value
```

```
Omega = -0.048136
```

```
Alfa = 0.029165
```

```
Beta1 = 1.635379
```

```
Beta2 = -0.637521
```

```
Gama = -0.000914
```

```
Cells(3, 1) = Cells(1, 1)
```

```
Epsilon = Cells(2, 1).Value
```

```
'h0 = Abs(Omega / (1 - Alfa1 - Beta1 - Beta2 - Gama))
```

```
h0 = 0.00001
```

```
media = h0
```

'escrever a formula geral de ho

$r0 = \text{Epsilon} * (h0 \wedge (0.5))$

$t = 0$

$h1 = h0$

$h2 = h0$

$r1 = r0$

$ARL0 = 0$

$\text{Prec} = \text{Cells}(9, j).\text{Value}$

$t = t + 1$

$\text{Cells}(3, 1) = \text{Cells}(1, 1)$

$\text{Epsilon} = \text{Cells}(2, 1).\text{Value}$

$\text{Cells}(2, 5).\text{Value} = h1$

$\text{Inh1} = \text{Cells}(2, 7).\text{Value}$

$\text{Cells}(2, 5).\text{Value} = h2$

$\text{Inh2} = \text{Cells}(2, 7).\text{Value}$

$\text{Inht} = \text{Omega} + \text{Alfa} * \text{Abs}((r1 / (h1 \wedge -0.5))) + \text{Gama} * (r1 / (h1 \wedge -0.5)) + \text{Beta1} * \text{Inh1} + \text{Beta2} * \text{Inh2}$

$\text{Cells}(3, 5).\text{Value} = \text{Inht}$

$ht = \text{Cells}(3, 7).\text{Value}$

$R = \text{Inht}$

$r1 = \text{Epsilon} * (ht \wedge (0.5))$

$h2 = h1$

$h1 = ht$

'While $j < 10$

While $\text{Nsim} \leq 20000$

While $t \leq 15000$

$t = t + 1$

$\text{Cells}(3, 1) = \text{Cells}(1, 1)$

$\text{Epsilon} = \text{Cells}(2, 1).\text{Value}$

$\text{Cells}(2, 5).\text{Value} = h1$

$\text{Inh1} = \text{Cells}(2, 7).\text{Value}$

$\text{Cells}(2, 5).\text{Value} = h2$

$\text{Inh2} = \text{Cells}(2, 7).\text{Value}$

$\text{Inht} = \text{Omega} + \text{Alfa} * \text{Abs}((r1 / (h1 \wedge 0.5))) + \text{Gama} * (r1 / (h1 \wedge 0.5)) + \text{Beta1} * \text{Inh1} + \text{Beta2} * \text{Inh2}$

$\text{Cells}(3, 5).\text{Value} = \text{Inht}$

$ht = \text{Cells}(3, 7).\text{Value}$

$R = ht$

$\text{Cells}(6, j).\text{Value} = ht$

$\text{Cells}(5, j).\text{Value} = \text{Inht}$

```

cont = t
media = ((cont - 1) * media / cont) + ht / cont
Cells(4, 4).Value = media
Prec2 = h0 - (Prec - h0)

```

```

r1 = Epsilon * (ht ^ (0.5))

```

```

  If (R > Prec) Or (R < Prec2) Then
    ARL0 = t
    Cells(i, j).Value = ARL0
    t = 15001

```

```

  End If

```

```

h2 = h1
h1 = ht

```

```

  Cells(3, 10).Value = i

```

```

Wend

```

```

  If (ARL0 = 0) Then
    Cells(i, j).Value = 15000
  End If

```

```

i = i + 1

```

```

Nsim = Nsim + 1

```

```

Cells(3, 1) = Cells(1, 1)
Epsilon = Cells(2, 1).Value

```

```

'h0 = 0

```

```

'escrever a formula geral de ho
r0 = Epsilon * (h0 ^ (0.5))
t = 0

```

```

h1 = h0
h2 = h0
r1 = r0
ARL0 = 0

```

```

Prec = Cells(9, j).Value

```

```

t = t + 1
Cells(3, 1) = Cells(1, 1)
Epsilon = Cells(2, 1).Value

```

```

Cells(2, 5).Value = h1
Inh1 = Cells(2, 7).Value
Cells(2, 5).Value = h2
Inh2 = Cells(2, 7).Value
Inht = Omega + Alfa * Abs((r1 / (h1 ^ 0.5))) + Gama * (r1 / (h1 ^ 0.5)) + Beta1 * Inh1 + Beta2 * Inh2
Cells(3, 5).Value = Inht
ht = Cells(3, 7).Value
R = ht

```

```

r1 = Epsilon * (ht ^ (0.5))

```

```

h2 = h1
h1 = ht

```

```

'Cells(i, 15).Value = media

```

```

Wend
'j = j + 1
'Nsim = 0
'i = 10
'Wend

```

```

End Sub

```

ANEXO B

Dependent Variable: LOGEURO Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution Date: 04/20/13 Time: 10:31 Sample (adjusted): 1/15/2002 2/06/2013 Included observations: 2887 after adjustments Convergence achieved after 20 iterations MA backcast: 1/02/2002 1/14/2002, Variance backcast: ON GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 + C(5)*RESID(-2)^2 + C(6)*RESID(-3)^2 + C(7)*GARCH(-1)				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(9)	-0.497284	0.107627	-4.620437	0.0000
MA(9)	0.470633	0.109985	4.279075	0.0000
Variance Equation				
C	3.61E-08	1.45E-08	2.494846	0.0126
RESID(-1)^2	-0.012891	0.013759	-0.936939	0.3488
RESID(-2)^2	0.018650	0.020362	0.915921	0.3597
RESID(-3)^2	0.036066	0.016786	2.148515	0.0317
GARCH(-1)	0.953960	0.006719	141.9736	0.0000
R-squared	0.002498	Mean dependent var	6.23E-05	
Adjusted R-squared	0.000420	S.D. dependent var	0.002791	
S.E. of regression	0.002791	Akaike info criterion	-9.052611	
Sum squared resid	0.022431	Schwarz criterion	-9.038141	
Log likelihood	13074.44	Durbin-Watson stat	1.993338	
Inverted AR Roots	.87+.32i -.16-.91i -.93	.87-.32i -.16+.91i	.46-.80i -.71-.59i	.46+.80i -.71+.59i
Inverted MA Roots	.86+.31i -.16-.91i -.92	.86-.31i -.16+.91i	.46-.80i -.70-.59i	.46+.80i -.70+.59i

Tabela 9-1 - Modelagem GARCH(3,1) após ajustes

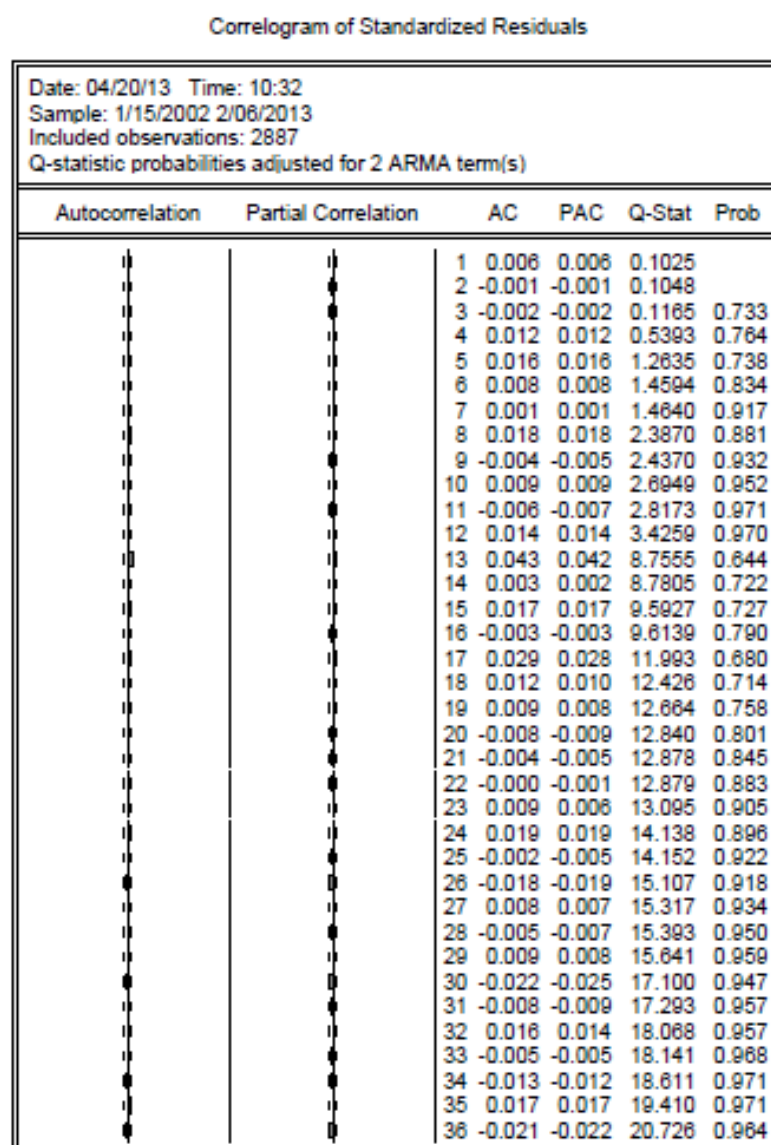


Figura 9-1 - Correlograma dos resíduos para o modelo GARCH(3,1)

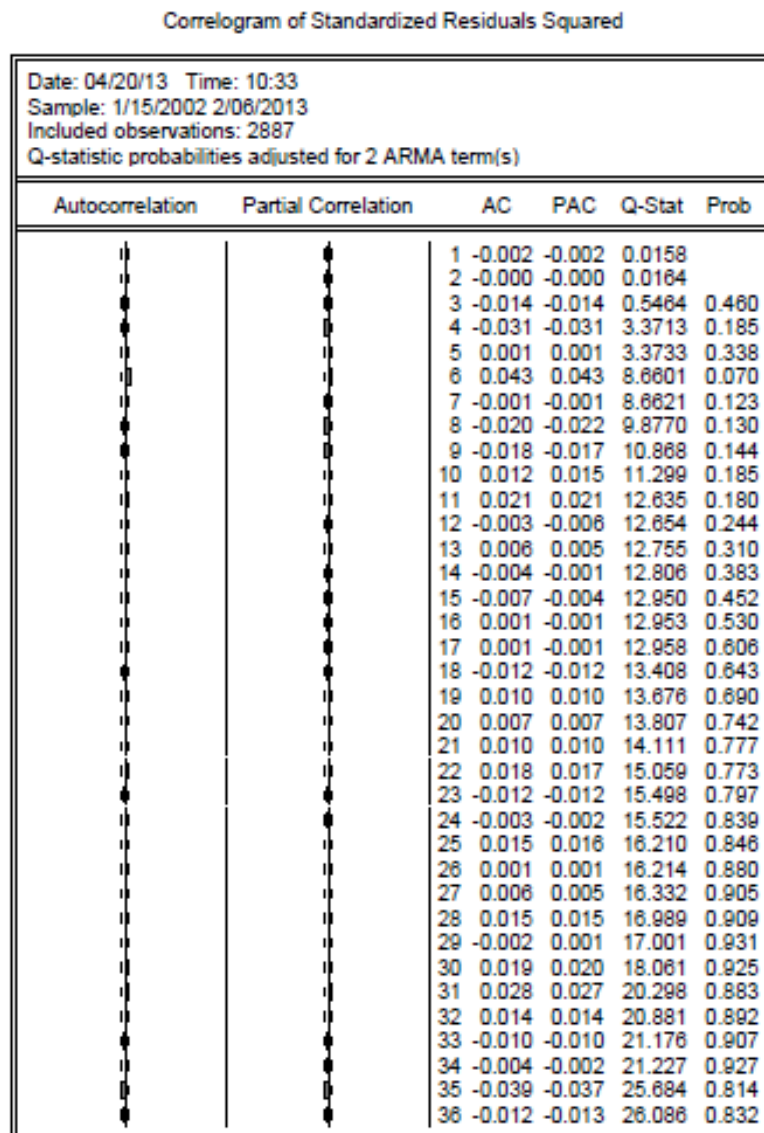


Figura 9-2 - Correlograma dos resíduos quadrados para o modelo GARCH(3,1)

Dependent Variable: LOGEURO Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution Date: 04/20/13 Time: 10:21 Sample (adjusted): 1/15/2002 2/06/2013 Included observations: 2887 after adjustments Convergence achieved after 12 iterations MA backcast: 1/02/2002 1/14/2002, Variance backcast: ON GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 + C(5)*RESID(-2)^2 + C(6)*RESID(-3)^2 + C(7)*RESID(-4)^2 + C(8)*RESID(-5)^2 + C(9)*RESID(-6)^2 + C(10)*RESID(-7)^2 + C(11)*RESID(-8)^2 + C(12)*RESID(-9)^2				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(9)	-0.535892	0.136546	-3.924623	0.0001
MA(9)	0.505082	0.139870	3.611091	0.0003
Variance Equation				
C	3.34E-06	2.40E-07	13.91273	0.0000
RESID(-1)^2	0.009515	0.013593	0.699970	0.4839
RESID(-2)^2	0.041286	0.015614	2.644089	0.0082
RESID(-3)^2	0.078323	0.019480	4.020737	0.0001
RESID(-4)^2	0.059942	0.018617	3.219693	0.0013
RESID(-5)^2	0.078676	0.017592	4.358558	0.0000
RESID(-6)^2	0.127532	0.022041	5.786276	0.0000
RESID(-7)^2	0.087454	0.020695	4.225930	0.0000
RESID(-8)^2	0.051725	0.018633	2.775922	0.0055
RESID(-9)^2	0.040260	0.018242	2.208978	0.0273
R-squared	0.002469	Mean dependent var	6.23E-05	
Adjusted R-squared	-0.001347	S.D. dependent var	0.002791	
S.E. of regression	0.002793	Akaike info criterion	-9.004015	
Sum squared resid	0.022431	Schwarz criterion	-8.979209	
Log likelihood	13009.30	Durbin-Watson stat	1.993619	
Inverted AR Roots	.88+.32i -.16+.92i -.93	.88-.32i -.16-.92i	.47+.81i -.71-.60i	.47-.81i -.71+.60i
Inverted MA Roots	.87+.32i -.16+.91i -.93	.87-.32i -.16-.91i	.46+.80i -.71-.60i	.46-.80i -.71+.60i

Tabela 9-2 - Modelagem ARCH(9) após ajustes

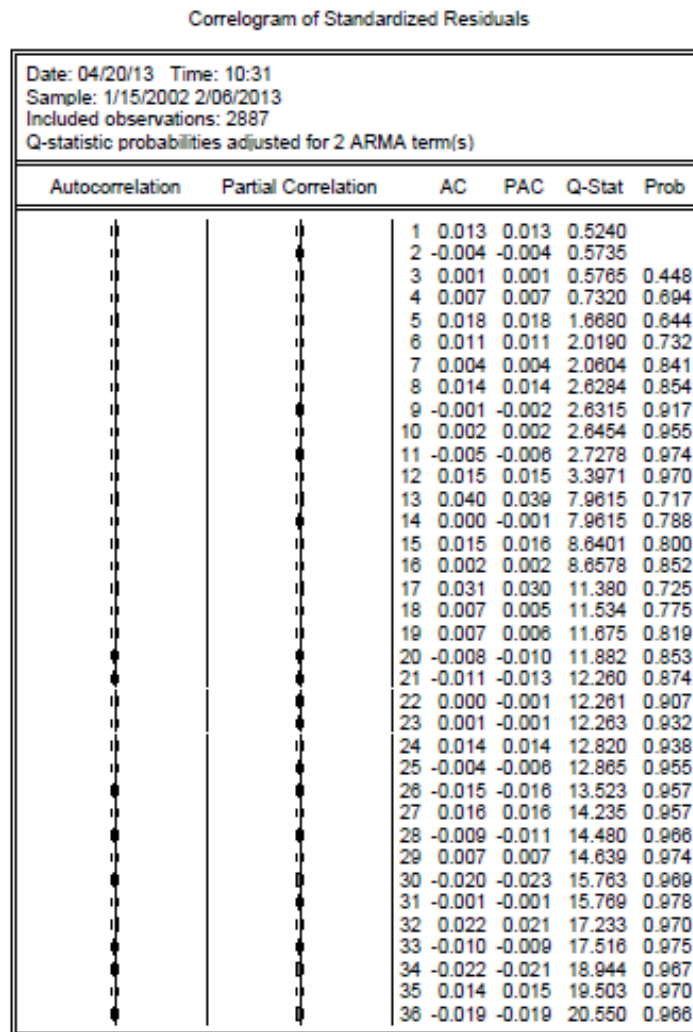


Figura 9-3 - Correlograma dos resíduos para o modelo ARCH(9)

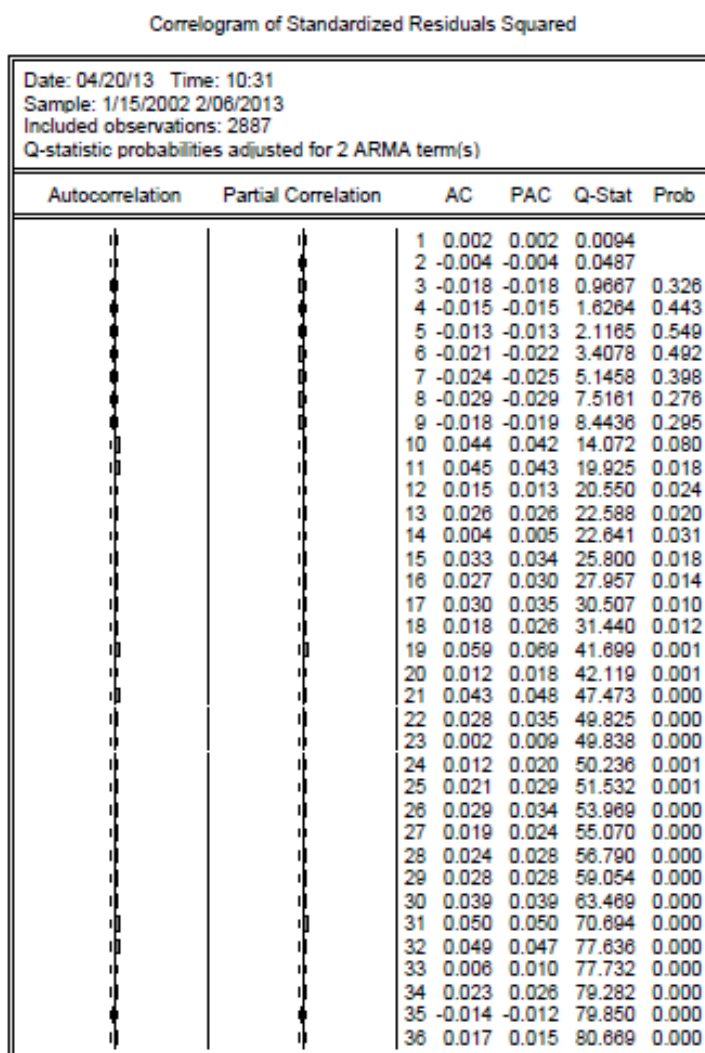


Figura 9-4 - Correlograma dos resíduos quadrados para o modelo ARCH(9)

Dependent Variable: LOGEURO Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution Date: 04/20/13 Time: 10:34 Sample (adjusted): 1/15/2002 2/06/2013 Included observations: 2887 after adjustments Convergence achieved after 32 iterations MA backcast: 1/02/2002 1/14/2002, Variance backcast: ON $\text{LOG(GARCH)} = C(4) + C(5) \cdot \text{ABS}(\text{RESID}(-1)) / \sqrt{\text{GARCH}(-1)} + C(6) \cdot \text{RESID}(-1) / \sqrt{\text{GARCH}(-1)} + C(7) \cdot \text{LOG}(\text{GARCH}(-1)) + C(8) \cdot \text{LOG}(\text{GARCH}(-2))$				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	9.65E-05	4.42E-05	2.185537	0.0288
AR(9)	-0.512544	0.114780	-4.466218	0.0000
MA(9)	0.485512	0.117200	4.142610	0.0000
Variance Equation				
C(4)	-0.048136	0.004036	-11.92737	0.0000
C(5)	0.029165	0.004050	7.202187	0.0000
C(6)	-0.000914	0.002074	-0.440414	0.6596
C(7)	1.635379	0.002065	792.0731	0.0000
C(8)	-0.637521	0.002143	-297.4979	0.0000
R-squared	0.002853	Mean dependent var	6.23E-05	
Adjusted R-squared	0.000429	S.D. dependent var	0.002791	
S.E. of regression	0.002791	Akaike info criterion	-9.048401	
Sum squared resid	0.022423	Schwarz criterion	-9.031863	
Log likelihood	13069.37	F-statistic	1.176874	
Durbin-Watson stat	1.994151	Prob(F-statistic)	0.312456	
Inverted AR Roots	.87+.32i -.16+.91i -.93	.87-.32i -.16-.91i	.46+.80i -.71+.60i	.46-.80i -.71-.60i
Inverted MA Roots	.87-.32i -.16-.91i -.92	.87+.32i -.16+.91i	.46-.80i -.71+.59i	.46+.80i -.71-.59i

Tabela 9-3 - Modelagem EGARCH(1,2) após ajustes

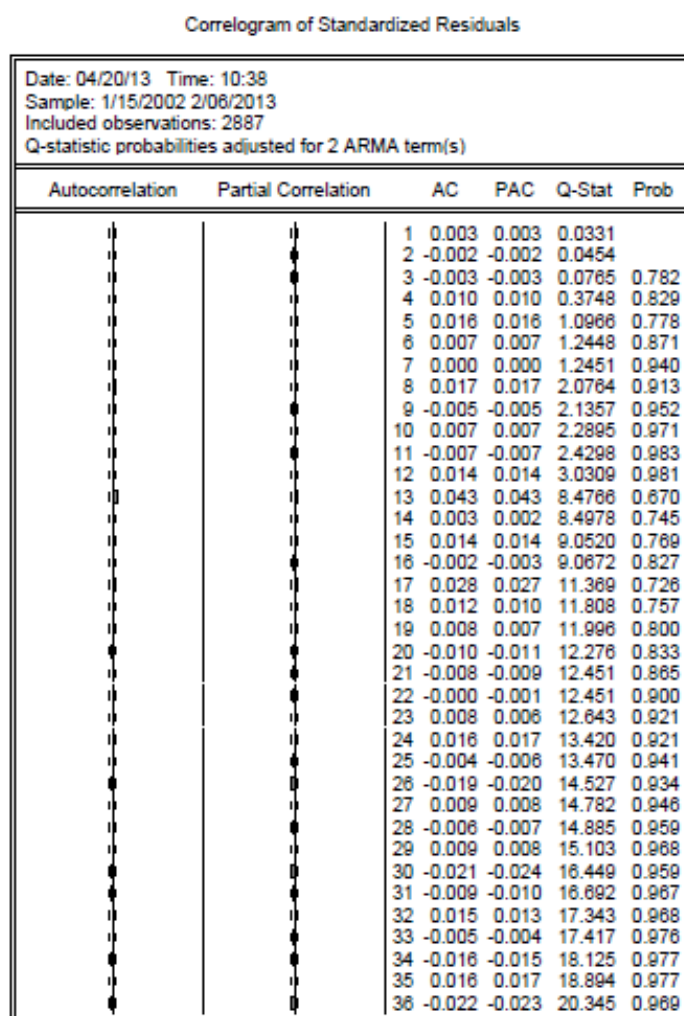


Figura 9-5 - Correlograma dos resíduos para o modelo EGARCH(1,2)

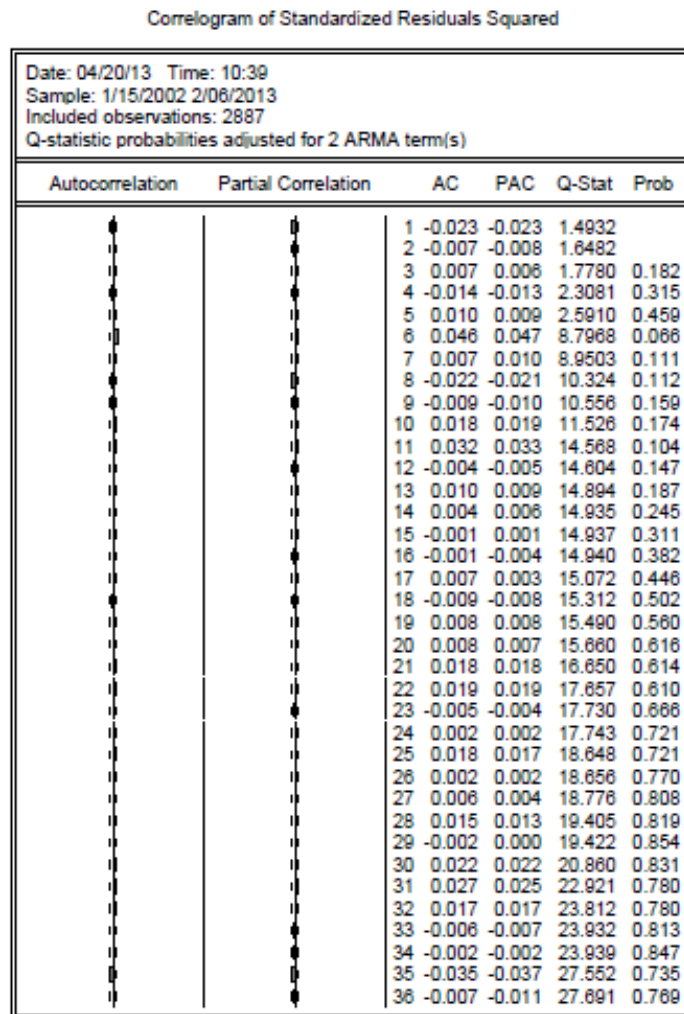


Figura 9-6 - Correlograma dos resíduos quadrados para o modelo EGARCH(1,2)